

Numerik I für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

Aufgabenblatt 6

Aufgabe 1

a) Man bestimme eine Ausgleichsgerade $y = ax + b$ durch die Messpunkte

$$\begin{array}{c|cccc} x_i & -2 & -1 & 0 & 1 \\ \hline y_i & 2 & 0 & 1 & 2 \end{array}.$$

b) Zu den Messdaten (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, 6$ mit

$$\begin{array}{c|cccccc} x_i & -4 & -2 & -1 & 1 & 2 & 4 \\ \hline y_i & 3 & 2 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{array}$$

bestimme man eine Parabel $y = p(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2$, die $\sum_{i=1}^6 (y_i - p(x_i))^2$ minimiert.

Aufgabe 2

Gegeben sei das lineare Ausgleichsproblem $\|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2 = \min!$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 7 & 8 \\ 10 & 11 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

Man bestimme die Lösung dieser Aufgabe mit Hilfe der Normalgleichungen.

Aufgabe 3

Berechnen Sie eine QR-Zerlegung der Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

mittels der Givens-Methode und lösen Sie hiermit der Gleichungssystem

$$\mathbf{Ax} = \begin{pmatrix} 9 \\ 11 \\ 17 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Matrixelemente $a_{1,3}$, $a_{2,3}$ und $a_{3,3}$ derart, dass

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & a_{1,3} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & a_{2,3} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & a_{3,3} \end{pmatrix}$$

eine orthogonale Matrix darstellt.

Besprechung: Dienstag, den 1. Februar 2005