Fachbereich Mathematik und Informatik **WiSe 2005/2006**
Prof. Dr. Andreas Meister

Numerik I für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1

Bestimmen Sie für die Stützstellen

k	0	1	2	3
x_k	-1	0	1	2

das Interpolationspolynom $p \in \Pi_3$ mit $p(x_k) = f_k$, $k = 0, 1, 2, 3$ mittels des naiven Ansatzes für die beiden Fälle

k	0	1	2	3
f_k	-4	-1	0	5

und

k	0	1	2	3
f_k	11	5	3	5

Aufgabe 2

a) Welche der im folgenden gegebenen Vektoren sind linear abhängig?

$$\text{(i)} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 28 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \text{(ii)} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -11 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ -15 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \text{(iii)} \begin{pmatrix} 7 \\ -12 \\ 25 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

b) Man bestimme das $\alpha \in \mathbb{R}$, für das die folgenden Vektoren linear abhängig sind:

$$\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ \alpha \end{pmatrix}.$$

Für dieses α stelle man $\boldsymbol{v}_j \quad (j = 1, 2, 3)$ jeweils als Linearkombination der anderen Vektoren $\boldsymbol{v}_k \quad (k \neq j)$ dar.

Aufgabe 3

a) Man bestimme die Fläche F des durch die Vektoren

$$\boldsymbol{u} := \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{v} := \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

im $\mathbb{R}^3$ aufgespannten Parallelogrammes.

b) Man bestimme die Fläche D des Dreiecks im $\mathbb{R}^3$ mit den Eckpunkten $(1, 0, -1)^T$, $(2, 3, 5)^T$ und $(4, 2, 1)^T$.

c) Man bestimme das Volumen V des durch die Vektoren

$$\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{w} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix}$$

im $\mathbb{R}^3$ aufgespannten Spates.

Aufgabe 4

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem $\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ mit

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & \alpha \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ \beta \\ 16 \end{pmatrix} \quad .$$

a) Für welche Werte von α und β besitzt dieses Gleichungssystem

(i) eine eindeutige Lösung, (ii) keine Lösung, (iii) unendlich viele Lösungen ?

b) Für den Fall, dass $\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ eindeutig lösbar ist, gebe man die Lösung in Abhängigkeit von den Parametern α, β an.

c) Man gebe eine Lösungsdarstellung für den Fall (iii) von unendlich vielen Lösungen an.

Abgabe: Donnerstag, 3.11.05 in der Vorlesung
Besprechung: Donnerstag, 10.11.05