

# Numerik I für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

## Aufgabenblatt 3

### Aufgabe 1

Ermitteln Sie einen quadratischen Spline  $s$  auf dem Intervall  $[1, 4]$  derart, dass der Spline interpolierend bezüglich der Stützpunkte

$k$	0	1	2
$x_k$	1	2	4
$f_k$	2	5	15

ist und zudem

$$s'(x_0) = 2$$

erfüllt.

### Bemerkung:

Ein Spline  $s$  heißt quadratisch, wenn auf jedem Teilintervall  $[x_k, x_{k+1}]$ ,  $k = 0, 1, \dots, n$

$$s \in \Pi_2$$

gilt und  $s$  auf  $]x_0, x_n[$  stetig differenzierbar ist.

### Aufgabe 2

Gegeben seien die Werte

$$\begin{aligned}x_0 &= 100 \quad \text{mit} \quad p(x_0) = -1, \\x_1 &= 101 \quad \text{mit} \quad p(x_1) = 2 \\ \text{und} \quad x_2 &= 102 \quad \text{mit} \quad p(x_2) = -1.\end{aligned}$$

Gesucht ist das quadratische Interpolationspolynom  $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$  zu den gegebenen Werten.

- Schreiben Sie die resultierenden Gleichungen als lineares Gleichungssystem.
- Lösen Sie das entstandene Gleichungssystem durch Gauß-Elimination.
- Wiederholen Sie die Schritte aus a) und b) für das Interpolationspolynom in der Form  $p(x) = b_0 + b_1(x - x_2) + b_2(x - x_2)^2$ .

### Aufgabe 3

Man entwickle eine Quadraturformel  $Q$

$$Q(f) = g_0f(x_0) + g_1f(1) \approx \int_0^1 f(x) dx,$$

die Polynome von möglichst hohem Grad exakt integriert.

#### Aufgabe 4

Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ .

- a) Man bestimme  $\int_0^1 f(x) dx$  exakt.
- b) Man berechne mit der Trapezregel einen Näherungswert für  $\int_0^1 f(x) dx$ .
- c) Man führe eine Fehlerabschätzung für den Näherungswert durch und vergleiche diese mit dem tatsächlichen Fehler.

**Abgabe: 6.12.05 in der Vorlesung**

**Besprechung: 13.12.05**