

Numerik I für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

Aufgabenblatt 6

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Konsistenzordnung des expliziten Runge-Kutta-Verfahrens

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t f \left(t_i + \frac{\Delta t}{k}, y_i + \frac{\Delta t}{k} f(t_i, y_i) \right)$$

in Abhängigkeit von $k \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 2

Gegeben sei das folgende Runge-Kutta-Tableau:

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & & & \\ 1 & 1 & & \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \\ \hline & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{array}$$

- Man schreibe das zugehörige Einschrittverfahren explizit auf.
- Man zeige, dass das Verfahren die Ordnung $p = 3$ besitzt.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie eine LR-Zerlegung der Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 11 & 8 & 5 \\ 3 & 18 & 15 & 9 \\ 1 & 16 & 13 & 11 \end{pmatrix}$$

und lösen Sie unter Verwendung dieser Zerlegung die linearen Gleichungssysteme

$$\mathbf{Ax} = \begin{pmatrix} 702 \\ 1850 \\ 3270 \\ 3078 \end{pmatrix}.$$

und

$$\mathbf{A}^2 \mathbf{y} = \begin{pmatrix} 702 \\ 1850 \\ 3270 \\ 3078 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4

Man gebe das Interpolationspolynom p niedrigsten Grades in der Newtonschen Darstellung an für die Stützstellen

$$\text{a) } \begin{array}{c|cccc} t_i & -1 & 0 & 1 & 3 \\ \hline y_i & 1 & 3 & 3 & 45 \end{array}, \quad \text{b) } \begin{array}{c|ccccc} t_i & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y_i & 1 & 3 & 3 & -5 & 45 \end{array}.$$

Man zeichne die für a) und b) berechneten Interpolationspolynome.

Abgabe: 7.2.06 in der Vorlesung

Besprechung: 9.2.06