

# Numerik I für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

## Aufgabenblatt 7

### Aufgabe 1

- a) Bestimmen Sie das Butcher-Array

$$\begin{array}{c|ccc} c_1 & a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ 1/4 & a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ 3/4 & a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \\ \hline & b_1 & b_2 & b_3 \end{array}$$

derart, dass das zugehörige Runge-Kutta-Verfahren mindestens die Konsistenzordnung 3 besitzt.

- b) Zeigen Sie, dass das zum Butcher-Array

$$\begin{array}{c|cc} 1/3 & 5/12 & -1/12 \\ 1 & 3/4 & 1/4 \\ \hline & 3/4 & 1/4 \end{array}$$

gehörige Runge-Kutta-Verfahren mindestens die Konsistenzordnung 3 besitzt.

### Aufgabe 2

Gegeben sei die Funktion  $f(x) = x \cos x$ .

- a) Man bestimme  $\int_0^{\pi/2} f(x) dx$  exakt.

- b) Man berechne mit der zusammengesetzten Rechteck-Regel und der zusammengesetzten Trapez-Regel mit einer Schrittweite von  $h = \frac{\pi}{8}$  je einen Näherungswert für

$$\int_0^{\pi/2} f(x) dx.$$

- c) Man gebe jeweils den auftretenden Fehler an.

### Aufgabe 3

Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \cos x$  im Intervall  $I := [-\pi, \pi]$ .

- a) Man interpoliere  $f$  an den Stellen  $0, \pm \frac{\pi}{2}, \pm \pi$  durch das Interpolationspolynom  $p$  niedrigsten Grades. Man gebe die Lagrangesche Darstellung und die Darstellung in Potenzen von  $x$  an.
- b) Man schätze den Interpolationsfehler in  $I$  ab.
- c) Man zeichne die Fehlerfunktion in  $I$ .

### Aufgabe 4

Man bestimme die interpolierende kubische Spline-Funktion  $S$  mit natürlichen Randbedingungen zu den Stützstellen

$t_i$	-1	0	1	3
$y_i$	1	3	3	45

**Abgabe:** Dienstag, den 14.2.2006 in der Vorlesung

**Besprechung:** Donnerstag, den 16.2.2006