

Numerik von Differentialgleichungen

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1

Formen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned}y_1'' &= t^2 - y_1' - y_2^2, \\y_2'' &= t + y_2' + y_1^3, \\y_1(0) &= 0, \quad y_2(0) = 1, \quad y_1'(0) = 1, \quad y_2'(0) = 0\end{aligned}$$

in ein Anfangswertproblem für ein System erster Ordnung um. (5 P)

Aufgabe 2

Bestimmen Sie alle Lösungen des Anfangswertproblems

$$y' = \sqrt{y}, \quad y(0) = 0$$

und nehmen Sie hierbei Bezug zu den bekannten Existenz- und Eindeutigkeitssätzen (Satz von Peano und Satz von Picard/Lindelöf). (5 P)

Aufgabe 3

Sei $c > 0$ sowie $y_0 > 0$. Bestimmen Sie das maximale Existenzintervall für eine Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = cy^2, \quad y(0) = y_0.$$

(5 P)

Aufgabe 4

Rechnen Sie nach, dass die implizite Mittelpunkregel

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t \cdot f\left(t_i + \frac{1}{2}\Delta t, \frac{1}{2}(y_i + y_{i+1})\right)$$

die exakte Lösung der Differentialgleichung $y' = -2at$ mit Anfangswert $y(t_0) = y_0$ liefert. (5 P)

Abgabe: Donnerstag, 22.10.2009

(Entgegennahme in der Übung oder Einwurf bis 17 Uhr in das Postfach "Ortleb/Messerschmidt/Kopecz")