

Numerik I

Aufgabenblatt 13

Aufgabe 1

Die Funktion $f : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $f(x) = \arcsin(x)$ soll mit einem Polynom vom Grad 3 in den Stützstellen $x_0 = -1$, $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{2}$ und $x_3 = 1$ interpoliert werden. Geben Sie die Lagrangeschen Basispolynome für dieses Interpolationsproblem an und berechnen Sie damit das Interpolationspolynom. (5 P)

Aufgabe 2

Zu den paarweise verschiedenen Stützstellen $x_0, \dots, x_n \in \mathbb{R}$ seien $L_j(x)$, $j = 0, \dots, n$, die Lagrangeschen Basispolynome. Sei $c_j := L_j(0)$, $j = 0, \dots, n$. Zeigen Sie:

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & \sum_{j=0}^n L_j(x) \equiv 1, \\ \text{ii)} \quad & \sum_{j=0}^n c_j x_j^i = \begin{cases} 1 & \text{für } i = 0, \\ 0 & \text{für } i = 1, 2, \dots, n, \\ (-1)^n x_0 x_1 \dots x_n & \text{für } i = n + 1. \end{cases} \end{aligned}$$

(5 P)

Abgabe: Bis Freitag, 6.2.2009, 9:30 Uhr