

Numerik I

Aufgabenblatt 4

Aufgabe 1

Sei $\mathbf{A} = (a_{ij})_{i,j=1,\dots,n} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine symmetrische, positiv definite Matrix. Zeigen Sie:

- $a_{ii} > 0$ für $i = 1, \dots, n$,
- $a_{ik}^2 < a_{ii}a_{kk}$ für $i \neq k$, $i, k = 1, \dots, n$.
- Es existiert ein $k \in \{1, \dots, n\}$ mit $\max_{i,j=1,\dots,n} |a_{ij}| = a_{kk}$.

(5 P)

Aufgabe 2

Diese Matlab-Aufgabe zählt doppelt und sie haben zur ihrer Bearbeitung 2 Wochen Zeit, also bis zum 21.11.2008, 9:30 Uhr.

Die 30%-Regelung betrifft deshalb die Gesamtpunktzahl der Übungsblätter 4 und 5.

- Arbeiten Sie die Seiten 6-12 und 16 des deutschen Matlab-Tutoriums durch. Starten Sie Matlab.
- Starten Sie den Editor ihrer Wahl und erzeugen Sie eine Datei mit dem Namen NAME.blatt4.m, in der Sie alle Matlab-Befehle abspeichern, die Sie im folgenden benutzen. NAME ist hierbei ihr Name, z.B. ortleb.blatt4.m.
Ihre Datei wird ausgeführt wenn sie den Befehl NAME_blatt4 eingeben.
- Lösen Sie nun mit Hilfe von Matlab das Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 8 & 2 \\ 8 & -12 & 7 & 1 \\ 10 & 8 & 6 & 4 \\ 8 & -8 & 9 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Die rechte Seite geben Sie am besten mittels $\mathbf{b} = [1 \ 0 \ -1 \ 0]'$ ein. Das ' steht in Matlab für transponiert. Geben Sie $\mathbf{A} * \mathbf{x}$ aus.

- Ändern Sie den Eintrag a_{44} von 1 zu -1 ab und versuchen Sie, dass neue Gleichungssystem mit Hilfe von Matlab zu lösen. Geben Sie die Determinante und den Rang der modifizierten Matrix aus. (Entsprechende Befehle sind: $\det(\mathbf{A})$, $\text{rank}(\mathbf{A})$.)

e) Die Hilbert-Matrix $\mathbf{H} = (h_{ij})_{i,j=1,\dots,n} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ist definiert durch die Einträge

$$h_{ij} = \frac{1}{i+j-1}.$$

Es seien $\mathbf{x} = (1, \dots, 1)^T$ und $\mathbf{b} = \mathbf{H}\mathbf{x}$, d.h. \mathbf{b} ist so gewählt, dass \mathbf{x} Lösung des Gleichungssystems $\mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ist.

Geben Sie den Befehl `format long` ein. Berechnen Sie \mathbf{x} nun zum Vergleich für $n = 3, \dots, 15$ mit dem Befehl

$$\mathbf{x} = \mathbf{H} \setminus \mathbf{b}.$$

Nutzen Sie dabei eine for-Schleife über die Dimension n .

Tipp: Eine $n \times n$ - Hilbert-Matrix wird mit dem Befehl `hilb(n)` erzeugt.

f) Kommentieren Sie die Ausgaben von Matlab.

g) Schicken Sie die Datei NAME_blat4.m per E-mail an

`numerikabgabe@mathematik.uni-kassel.de`.

Ihre Erklärungen zur Aufgabe schreiben Sie entweder als Kommentare in die Datei (Auskommentieren von Zeilen in Matlab mittels `%`) oder schriftlich auf einem separaten Blatt. Geben Sie auch einen Ausdruck der Datei mit ab.

(10 P)

Abgabe: Aufgabe 1: Bis Freitag, 14.11.2008, 9:30 Uhr
Matlab-Aufgabe bis Freitag, 21.11.2008, 9:30 Uhr