Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Andreas Meister
Dipl.-Math. Sigrun Ortleb

WiSe 2008/2009

Numerik I

Aufgabenblatt 7

Aufgabe 1
Gegeben seien die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{4}{5}\cos\frac{\pi}{4} & -\frac{4}{5}\sin\frac{\pi}{4} \\ \frac{4}{5}\sin\frac{\pi}{4} & 1 - \frac{4}{5}\cos\frac{\pi}{4} \end{pmatrix}$$

und der Vektor $\mathbf{b} = (0,0)^T$.

Begründen Sie, dass das Iterationsverfahren

$$\mathbf{x}_{n+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x}_n + \mathbf{b}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

zur Matrix $\mathbf{A}$ konsistent ist und zeigen Sie, dass es für einen beliebigen Startvektor $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^2$ gegen die eindeutig bestimmte Lösung $\mathbf{x} = (0,0)^T$ konvergiert, obwohl eine Matrixnorm mit

$$\|\mathbf{I} - \mathbf{A}\| > 1$$

existiert. Geben Sie ein Beispiel für eine solche Norm.

(5 P)

Abgabe: Bis Freitag, den 5.12.2008, 9:30 Uhr
(Einwurf in das Numerik I – Abgabefach vor dem Raum 2404)