

Numerik I

Aufgabenblatt 8

Aufgabe 1

Gegeben sei die reguläre Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass \mathbf{A} irreduzibel ist, und untersuchen Sie, ob das Jacobi-Verfahren zur Lösung eines linearen Gleichungssystems mit der Koeffizientenmatrix \mathbf{A} konvergiert.

(5 P)

Aufgabe 2

Zur Bearbeitung dieser Aufgabe haben Sie Zeit bis zum 19.12.2008, 9:30 Uhr.

Die 30%-Regelung betrifft die Gesamtpunktzahl der Übungsblätter 8 und 9.

Programmieren Sie das Jacobi-Verfahren. Erstellen Sie dazu eine Datei NAME_jacobi.m, in der Sie eine Funktion

NAME_jacobi(A, x, b, maxit)

schreiben, die `maxit` Iterationsschritte des Gesamtschrittverfahrens ausführt. Berechnen Sie in jedem Schritt die 2-Norm des zur aktuellen Näherungslösung gehörenden Fehlers (hierzu anfangs die Lösung ausrechnen).

Speichern Sie diesen Indikator in einem Vektor \mathbf{v} , den Sie nach Ablauf der Iterationen mittels `plot(v)` plotten.

Berechnen Sie mit Ihrem Verfahren Näherungslösungen zu den Beispielen

$$\begin{pmatrix} a & 14 \\ 7 & 50 \end{pmatrix} \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a = 1, 2, 5, 10, 100.$$

Verwenden Sie jeweils den Startvektor $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ und variieren sie `maxit`.

Beantworten Sie die folgenden Fragen:

- Für welche Werte von a beobachten Sie anhand der Plots Divergenz bzw. Konvergenz Ihres Verfahrens? Steht dies im Widerspruch zur Theorie?
- Für welche Werte von a greift keines der in Satz 2.13 aufgeführten Summenkriterien? Lässt sich in diesem Fall immer Divergenz beobachten?

- Im Fall von Konvergenz: Was können Sie anhand der Plots über die Konvergenzrate aussagen?

Abzugeben sind das gut kommentierte Programm sowie Ihre Antworten zu den obigen Fragen.

(Die Datei geht per E-Mail an `numerikabgabe@mathematik.uni-kassel.de` sowie ein Ausdruck in den NumerikI-Kasten)

(10 P)

**Abgabe: Bis Freitag, den 12.12.2008, 9:30 Uhr
(Einwurf in das Numerik I – Abgabefach vor dem Raum 2404)**