Fachbereich Mathematik und Naturwissenschaften **SoSe 2013**
Prof. Dr. Andreas Meister
Dr. Sigrun Ortleb

Numerik partieller Differentialgleichungen

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1
Welche Kegelschnitte werden durch folgende Gleichungen beschrieben?

a) $6x^2 + 8xy + 10y^2 + 4x + 16y + 4 = 0$

b) $15x^2 + 48xy + 6y^2 + 6x + 6y + 6 = 0$

c) $9x^2 - 12xy + 4y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$

d) $x^2 - 4xy + 4y^2 + x - 2y - \frac{1}{4} = 0$

(4 P)

Aufgabe 2
In einer Raumdimension lautet die sogenannte *Telegraphengleichung*

$$\alpha \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial^2 t} + \beta \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \gamma u(x,t) = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial^2 x}, \; x \in \mathbb{R} \text{ und } t \in [0, \infty),$$

mit vorgegebenen Konstanten $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$.
Bestimmen Sie in Abhängigkeit der Konstanten, ob es sich um eine elliptische, hyperbolische oder parabolische partielle Differentialgleichung handelt. (4 P)

Aufgabe 3
Bestimmen Sie in Abhängigkeit von x und y den Typ der folgenden partiellen Differentialgleichung

$$x\,u_{xx} + u_{xx} - 3\,u_{xy} + y^2\,u_y + \;u_{yx} - 3\,u_x + x\,u_{yy} - u_{yy} = u.$$

(4 P)

Aufgabe 4
Bestimmen Sie den Typ der Differentialgleichungen:

a) $2u_{xx} + 2u_{xy} + 7u_{yy} + 3u_x + 2u_y = x^2$

b) $\phi_t + \alpha\phi_{xx} + \beta\phi_x = 0$ mit $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

c) $\sin(x)u_{xx} + 2u_{xy} + \sin(x)u_{yy} = 0$

d) $u^2u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} = 0$

(4 P)

Abgabe: **Dienstag, 30. April 2013**