http://www.mathematik.uni-kassel.de finden Sie als letzten Punkt einen Lage- und Raumplan mit [Suchen, Anreise].

Unendlichkeit

9–11 Vortrag **11–12 Gespräch** **13–15 Übungen**

Montag	15. 01. 2001	Prof. Koepf: ***Zahlen*** Prof. Malle: ***Entscheidbarkeit, Turingmaschinen, Halteproblem***
Dienstag	16. 01. 2001	Prof. Ziezold: Brownsche Bewegung, gebrochene Dimensionen ***Zufällige Pfade unendlicher Länge in endlicher Zeit***
Mittwoch	17. 01. 2001	Dr. Metzler: Fraktale, Julia-Mengen ***Iteration und Fraktale*** Übung: 13.00–14.30 in der Bibliothek
Donnerstag	18. 01. 2001	Prof. Hochmuth: Nonstandard-Analysis ***Unendlich kleine und unendlich große Zahlen***
Freitag	19. 01. 2001	Prof. Rück, Dr. Wessler: ***Von der affinen zur projektiven Ebene***

Prof. Dr. Wolfram Koepf: **Zahlen**

Es wird gezeigt, dass man die rationalen Zahlen durchnumerieren kann, nicht aber die Dezimalzahlen. Es gibt also viel mehr Dezimalzahlen als rationale Zahlen. Diese bilden die Teilmenge der periodischen Dezimalzahlen. Es werden weitere Fragen zu diesem Themenkreis behandelt:

- Wie stellt man fest, ob eine Zahl rational ist oder nicht?
- Wie konvertiert man periodische Dezimalzahlen?
- Wie berechnet man Dezimalapproximationen?
- Auf wie viele Stellen kann man π berechnen?
- Wie kann man noch mächtigere Mengen konstruieren? ...

Da es „gleich viele“ rationale wie natürliche Zahlen gibt, stellt sich die Frage, ob dies Komplikationen nach sich ziehen kann. Einige Merkwürdigkeiten werden behandelt.

Folgende Fragen werden angesprochen:

- Wie kann man unendliche Mengen auf dem Computer behandeln;
- was bedeutet in diesem Zusammenhang „Computer“;
- der Begriff der Turingmaschine;
- kann man entscheiden, ob ein vorgelegtes Programm bei vorgegebener Eingabe anhält oder bis in alle Ewigkeit weiterrechnet?

Prof. Dr. Herbert Ziezold: **Zufällige Pfade unendlicher Länge in endlicher Zeit**

Im Jahr 1827 entdeckte der Botaniker R. Brown die zittrige Bewegung eines mikroskopisch kleinen, in Flüssigkeit suspendierten Teilchens. Diese „Brownsche Molekularbewegung“ wird durch die vielen unregelmäßigen Stöße von Flüssigkeitsmolekülen auf das Partikel verursacht. Erst am Anfang des 20. Jahrhunderts gelang es dem Physiker Albert Einstein, dem Mathematiker Wiener und anderen Wissenschaftlern ein mathematisches Modell, die „Brownsche Bewegung“, für jene experimentelle Beobachtung zu erstellen und intensiv zu untersuchen.

Damit wollen wir uns beschäftigen. Zunächst werden wir die Brownsche Bewegung mittels eines endlichen Wahrscheinlichkeitsraumes in einem endlichen Zeitraum approximativ simulieren. Indem wir dieses Wahrscheinlichkeitsmodell immer feiner machen, demonstrieren wir, was bei unendlicher Verfeinerung im Limes passieren kann. Insbesondere interessiert uns die Länge des simulierten zufälligen Pfades. Das Ergebnis wird uns anregen, über die Dimension beliebiger Teilmengen der Ebene nachzudenken, und damit betreten wir sogar ein noch junges Forschungsgebiet der Mathematik, nämlich das der Fraktale.

Dr. Wolfgang Metzler: **Iteration und Fraktale**

Die unendliche Hintereinanderausführung (Iteration) einer nichtlinearen Abbildung zeigt unterschiedliches dynamisches Verhalten von einfachen Perioden bis hin zum sogenannten Chaos. Dies wird am Beispiel der logistischen Abbildung im Eindimensionalen und für gekoppelte nichtlineare Abbildungen in der Ebene gezeigt. Gleichzeitig erzeugen viele dieser Iterationsprozesse komplexe Muster, sogenannte Fraktale, durch die beispielsweise der selbstähnliche Aufbau von Pflanzen modelliert wird.

Prof. Dr. Reinhard Hochmuth: **Unendlich kleine und unendlich große Zahlen**

Den Ausgangspunkt bilden einige einführende historische Anmerkungen. So bezeichnete nicht nur der Bischof G. Berkeley (1685–1753) unendlich kleine und unendlich große Zahlen als „unzulässige und indiskutable Dinge“. Mit solchen Größen zusammenhängende Argumente nannte er eine „höchst widersprüchliche Art der Beweisführung ... wie man sie in der Theologie nicht erlauben würde“.

Anschließend wird vorgestellt wie die Nichtstandard-Analysis des 20. Jahrhunderts das Rechnen mit unendlich kleinen und unendlich großen Zahlen rechtfertigte. – In den Übungen wollen wir darauf aufbauend schließlich den Satz von G. W. Leibniz (1646–1716) „Die Regeln des Endlichen gelten im Unendlichen weiter“ mit Leben füllen.

Prof. Dr. Hans-Georg Rück, Dr. Markus Wessler: **Von der affinen zur projektiven Ebene**

In der gewöhnlichen reellen Ebene, die wir in diesem Zusammenhang affine Ebene nennen wollen, macht man die folgende Beobachtung. Zwei verschiedene Geraden haben genau einen Schnittpunkt, wenn sie nicht parallel zueinander liegen. Um auch für parallele Geraden einen Schnittpunkt zu erhalten, erweitert man die affine Ebene um sogenannte unendlich ferne Punkte zur projektiven Ebene. Dabei werden affine Abbildungen zu projektiven Transformationen erweitert. Diese Zusammenhänge sollen erläutert und an Beispielen veranschaulicht werden.
