

Übungen zur Algebra I — Blatt 7, Wintersemester 04/05

Dr. M. Dettweiler (INF 368, Zi. 513, Tel. 548870)

e-mail: michael.dettweiler@iwr.uni-heidelberg.de

Abgabetermin: In der Übung

24. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei K ein Körper. Beweisen Sie die folgende Aussage: Zu vorgegebenen $\alpha_0, \dots, \alpha_n \in K$ und paarweise verschiedenen $\beta_0, \dots, \beta_n \in K$ gibt es genau ein Polynom $f(x) \in K[x]$ vom Grad $\leq n$ mit $f(\alpha_i) = \beta_i$, nämlich

$$f(x) = \sum_{i=0}^n \beta_i \cdot l_i(x) \quad \text{mit} \quad l_i(x) = \prod_{j \neq i} \frac{x - \alpha_j}{\alpha_i - \alpha_j}.$$

25. Aufgabe: (4 Punkte) Man bestimme die Primideale von $\mathbb{Z}[i]$.

26. Aufgabe: (4 Punkte) Zeigen Sie, daß $\mathbb{Z}[i]$ ein euklidischer Ring ist.

27. Aufgabe: (4 Punkte) Der Ring $\mathbb{Z}[i]/(1 + 3i)$ ist isomorph zu $\mathbb{Z}/10\mathbb{Z}$.