Übungen zur Algebra I — Blatt 13, Wintersemester 04/05

Dr. M. Dettweiler (INF 368, Zi. 513, Tel. 548870)
e-mail: michael.dettweiler@iwr.uni-heidelberg.de
Abgabetermin: Dienstags

---

48. Aufgabe: (4 Punkte) Berechnen Sie die Galoisgruppen der folgenden Polynome über $\mathbb{Q}$:

$$f = x^5 - a \quad \text{wobei} \quad a \in \mathbb{Q}, \quad g = x^4 - 10x^2 + 1.$$

49. Aufgabe: (8 Punkte) Es sei $f \in \mathbb{Q}[x]$ irreduzibel vom Grad p, wobei p eine Primzahl ist. Weiter habe f genau $p-2$ reelle Nullstellen. Es sei G die Galoisgruppe von f über $\mathbb{Q}$. Zeigen Sie: In G (aufgefaßt als Permutationen der Nullstellen) gibt es eine Transposition und einen p-Zykel. Schliessen Sie daraus, daß G zur symmetrischen Gruppe S_p isomorph ist.

47. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei K ein Körper und $f \in K[x]$ mit

$$f(x) = (x - \theta_1) \cdots (x - \theta_r), \quad \theta_i \in \bar{K},\ i = 1, \dots, r.$$

Die *Diskriminante* von f is der Ausdruck

$$\Delta(f) := \prod_{i<j} (\theta_i - \theta_j)^2.$$

Berechnen Sie die Diskriminante von $f(x) = x^4 + 8x - 12$. Beantworten Sie damit die Frage, ob die Galoisgruppe von f über $\mathbb{Q}$ in der alternierenden Gruppe A_4 enthalten ist.