Übungen zur Algebra I — Blatt 8, Wintersemester 04/05

Dr. M. Dettweiler (INF 368, Zi. 513, Tel. 548870)
e-mail: michael.dettweiler@iwr.uni-heidelberg.de
Abgabetermin: In der Übung

---

28. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei R der Ring der stetigen reellwertigen Funktionen auf dem Intervall $I := [0, 1]$. Zeigen Sie:

(a) Für $a \in I$ is $m_a := \{f \in R \mid f(a) = 0\}$ ein maximales Ideal von R.

(b) Jedes maximale Ideal von R ist eines der Ideale m_a, $a \in I$.

29. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei R ein kommutativer Ring, I ein Ideal von R und $S \subseteq I$. Dann heißt I *erzeugt von* S, falls sich jedes Element von I als Linearkombination

$$\sum_{s \in S} a_s s,\ a_s \in R$$

schreiben läßt. I heißt *endlich erzeugt,* wenn S endlich gewählt werden kann.

Zeigen Sie, daß die folgenden Aussagen äquivalent sind:

(a) Jedes Ideal von R ist endlich erzeugt.

(b) R ist noethersch.

30. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei R ein noetherscher Ring. Zeigen Sie, daß die folgenden Aussagen äquivalent sind:

(a) R ist ein lokaler Ring.

(b) Die Menge von Nichteinheiten bilden ein Ideal von R.

31. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei $\phi : R \to R'$ ein Ringhomomorphismus und P' ein Primideal von R'. Zeigen Sie:

(a) $\phi^{-1}(P')$ ist ein Primideal von R.

(b) Man gebe ein Beispiel eines maximalen Ideals P' an, für welches $\phi^{-1}(P')$ nicht maximal ist.