

Übungen zur Algebra II — Blatt 6, Sommersemester 05

Dr. M. Dettweiler (INF 368, Zi. 513, Tel. 548870)

e-mail: michael.dettweiler@iwr.uni-heidelberg.de

Abgabetermin: Freitags in der Übung

1. Aufgabe: (4 Punkte)

(a) Es sei R ein Ring und

$$0 \rightarrow E' \rightarrow E \rightarrow E'' \rightarrow 0$$

eine kurze exakte Sequenz von R -Moduln. Zeigen Sie, daß E genau dann Artinsch ist, wenn E' und E'' Artinsch sind.

(b) Es sei R ein Artinscher Ring. Zeigen Sie, daß jeder endlich erzeugte R -Modul Artinsch ist.

2. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei R ein kommutativer noetherscher Ring. Zeigen Sie, daß der Potenzreihenring $R[[x]]$ ebenfalls noethersch ist.

3. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei R ein kommutativer noetherscher Ring und $S \subseteq R$ ein Monoid. Zeigen Sie, daß die Lokalisierung R_S wieder noethersch ist.

4. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei R ein kommutativer Ring und M ein R -Modul. Der Modul M heißt *treu*, falls $\text{Ann}(M) = 0$. Zeigen Sie, daß R ein noetherscher Ring ist, falls M *treu* und noethersch ist.