Universität Kassel
FB 10, AG Computational Mathematics
Prof. Dr. Werner M. Seiler
Matthias Seiß

20.05.2015

Differentialtopologie

Übungsblatt 3

Aufgabe 1

a) Es seien $f_0, f_1 : M \to N$ homotope Abbildungen. Zeigen Sie die Existenz einer Homotopie $\widetilde{F} : M \times I \to N$ mit $\widetilde{F}(x,t) = f_0(x)$ für $t \in [0, \frac{1}{4}]$ und $\widetilde{F}(x,t) = f_1(x)$ für $t \in [\frac{3}{4}, 1]$.

b) Zeigen Sie, dass Homotopie eine Äquivalenzrelation ist.

Aufgabe 2

Beweisen Sie die folgende Aussage:

Es seien f eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$ mit einem nicht entarteten kritischen Punkt bei 0 und ψ ein Diffeomorphismus mit $\psi(0) = 0$. Dann besitzt auch $f \circ \psi$ einen nicht entarteten kritischen Punkt bei 0.

Aufgabe 3

Beweisen Sie die folgende Aussage:

Es seien $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ eine glatte Abbildung und $A \subset \mathbb{R}^n$ eine Menge vom Maß 0. Dann hat auch $g(A)$ Maß 0.

Aufgabe 4

Sei f_t eine Familie von homotopen Funktionen auf $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie:

Ist f_0 eine Morse-Funktion in einer Umgebung einer kompakten Menge K, so ist jede Funktion f_t auch eine Morse-Funktion für t genügend klein.