

04. Mai 2016

## Gröbner-Basen

### 3. Übungsblatt

#### Aufgabe 1

Seien  $\mathcal{I}, \mathcal{J} \subseteq \mathcal{P}$  zwei monomiale Ideale, die durch monomiale Erzeugendensysteme gegeben sind.

- (i) Zeigen Sie, daß  $\mathcal{I} + \mathcal{J}$  wieder ein monomiales Ideal ist.
- (ii) Zeigen Sie, daß  $\mathcal{I} \cdot \mathcal{J}$  wieder ein monomiales Ideal ist.

#### Aufgabe 2

- (i) Sei  $\mathbb{k}$  ein beliebiger Körper und  $\mathcal{P} = \mathbb{k}[x]$  ein univariater Polynomring. Zeigen Sie, daß für beliebige Polynome  $f_1, f_2, \dots, f_r \in \mathcal{P} \setminus \{0\}$  gilt

$$\langle f_1, f_2, \dots, f_r \rangle = \langle \text{ggT}(f_1, f_2, \dots, f_r) \rangle.$$

- (ii) Seien  $f_1, f_2 \in \mathbb{k}[x_1, \dots, x_n] \setminus \{0\}$  zwei multivariate Polynome mit  $\text{lc}(f_1) = \text{lc}(f_2) = 1$  und  $\text{ggT}(\text{lt}(f_1), \text{lt}(f_2)) = 1$  (d.h. zwei normierte Polynome mit teilerfremden Leitertermen). Zeigen Sie, daß für das Polynom  $g = \text{lt}(f_2) \cdot f_1 - \text{lt}(f_1) \cdot f_2$  gilt:

$$g \xrightarrow[\{f_1, f_2\}]{}^+ 0.$$