

16. Juni 2016

Gröbner-Basen

8. Übungsblatt

Aufgabe 1

Es seien die Ideale $\mathcal{I} = \langle x_1x_2 - x_3 \rangle \trianglelefteq \mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$ und $\mathcal{J} = \langle y_1y_2 + y_2 \rangle \trianglelefteq \mathbb{Q}[y_1, y_2]$ gegeben. Weiter definieren wir die Abbildung $\varphi : \mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]/\mathcal{I} \rightarrow \mathbb{Q}[y_1, y_2]/\mathcal{J}$ durch

$$\varphi(x_1 + \mathcal{I}) = y_1^2 + y_2 + \mathcal{J}, \quad \varphi(x_2 + \mathcal{I}) = y_1 + y_2 + \mathcal{J}, \quad \varphi(x_3 + \mathcal{I}) = y_1^3 - y_1y_2^2 + \mathcal{J}.$$

- (i) Zeigen Sie, dass φ wohldefiniert ist.
- (ii) Berechnen Sie $\ker(\varphi)$.
- (iii) Ist φ surjektiv?

Aufgabe 2

Finden Sie unter Verwendung vom Lemma 4-16 der Vorlesung eine Methode, um zu entscheiden, ob ein gegebenes Polynom $f \in K[x_1, \dots, x_n]$ symmetrisch ist.