Prof. Werner M. Seiler, Ph.D.
FB 10 Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik

UNI KASSEL VERSITÄT

30. Mai 2012

Kurven und Singularitäten

6. Übungsblatt

Aufgabe 1

(i) Die Determinante $\det : \mathbb{R}^{n^2} \to \mathbb{R}$ ist eine glatte Funktion. Zeigen Sie, daß $\det$ nur für $n = 1, 2$ eine Morse-Funktion ist.

(ii) Sei $M \subseteq \mathbb{R}^m$ eine Untermannigfaltigkeit. Zeigen Sie, daß es eine lineare Abbildung $\ell : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ gibt, deren Einschränkung auf M eine Morse-Funktion ist.

Aufgabe 2

(i) Es sei wieder die Ellipse $\gamma(t) = (2\cos t, \sin t)$ gegeben. Stellen Sie die Gleichung $F(t, x, y) = 0$ für die Normale zu der Ellipse durch den Punkt $\gamma(t)$ auf und zeigen Sie, daß die Einhüllende dieser Geradenschar gerade die Evolute der Ellipse ist.

(ii) Das allgemeine normierte kubische Polynom $t^3 + \lambda t^2 + \mu t + \nu$ kann durch die Tschirnhaus-Transformation $t \to t - \frac{\lambda}{3}$ stets auf die reduzierte Form $F(t, x, y) = t^3 + yt + x$ gebracht werden. Berechnen Sie die Diskriminante dieser Kurvenschar. Was ist ihre algebraische Bedeutung?

(iii) Wiederholen Sie (ii) für die reduzierte Quartik $F(t, x, y, z) = t^4 + zt^2 + yt + x$.