Übungen zur Linearen Algebra I – Blatt1

Dr. M. Dettweiler (INF 368, Zi. 513, Tel. 548870)
e-mail: michael.dettweiler@iwr.uni-heidelberg.de

Abgabe: Bis Mittwoch, den 3.5., 14:00 Uhr, in den jeweiligen Briefkästen im Mathematischen Institut (diese befinden sich LINKS vom Hörsaal 2, der Name des jeweiligen Übungsgruppenleiters, bzw. die Uhrzeit der Übung, ist angeschrieben).

1. Aufgabe: (4 Punkte) Man zeige, daß für Mengen A, B, und C die folgenden Gleichungen gelten:

(a) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$,

(b) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

2. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei $f : M \to N$ eine Abbildung von Mengen. Man beweise:

(a) f ist genau dann injektiv, wenn es eine Abbildung $g : N \to M$ gibt mit $g \circ f = \mathrm{id}_M$.

(b) f ist genau dann surjektiv, wenn es eine Abbildung $g : N \to M$ gibt mit $f \circ g = \mathrm{id}_N$.

(c) f ist genau dann bijektiv, wenn es eine Abbildung $g : N \to M$ gibt mit $g \circ f = \mathrm{id}_M$ und $f \circ g = \mathrm{id}_N$.

3. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei $n \in \mathbb{N}$ und M eine Menge mit n Elementen. Man zeige, daß die Potenzmenge von M die Mächtigkeit 2^n hat. (Die *Mächtigkeit* einer Menge M ist die Anzahl ihrer Elemente und wird in der Regel mit $|M|$ bezeichnet.)

4. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei $M = \{1, 2, 3, 4\}$ und

$$V := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Man zeige, daß die Verknüpfung

$$M \times M \to M,\ (i, j) \mapsto V_{i,j}$$

eine Gruppenstruktur auf M definiert (hierbei bezeichne $V_{i,j}$ den Eintrag von V, welcher auf der i-ten Zeile und der j-ten Spalte von V steht). Ist die so gewonnene Gruppe abelsch?