

Proseminar: Projektive Geometrie

Wintersemester 2017/18

Prof. Werner M. Seiler, Ph.D.

1. Ergänzungen zur Affinen Geometrie. Parallelprojektion, parallele Räume, Teilverhältnis mit Anwendungen, Kollineationen, Hauptsatz der affinen Geometrie. [F1, 1.1.11/12, 1.2.4/5, 1.3.1/3/4]

2. Projektive Räume. Projektiver Raum, homogene Koordinaten, projektive Unterräume und deren Durchschnitt/Verbindung, Dimensionsformel, unendlich ferne Punkte, Zusammenhang affiner Raum – projektiver Raum. [F1, 3.1], [A, V.1/2/3]

3. Projektive Abbildungen. Projektive Abbildungen und Projektivitäten, Zusammenhang mit Affinitäten, projektive Unabhängigkeit, projektive Basis. [F1, 3.2.1-5], [A, V.5], [B, VI.4]

4. Projektive Koordinaten und Zentralprojektionen. Projektive Koordinatensysteme, Beschreibung projektiver Abbildungen durch gebrochen lineare Transformationen, Homogenisierung von linearen Gleichungssystemen, Zentralprojektion, Perspektivität, Zusammenhang mit Parallelprojektion. [F1, 3.2.6-9], [B, VI.4]

5. Doppelverhältnis. Doppelverhältnis, Berechnung in einem Koordinatensystem, Invarianz unter Projektivitäten, Zusammenhang mit Teilverhältnis, harmonische Lage. [F1, 3.3.1-5], [A, V.6]

6. Hauptsatz der Projektiven Geometrie. Semiprojektivität, Hauptsatz der projektiven Geometrie, Zusammenhang mit dem Hauptsatz der affinen Geometrie. [F1, 3.3.8-10]

7. Synthetische Geometrie. Definition einer Geometrie, Axiome der projektiven Geometrie, Zusammenhang mit affiner Geometrie, Quotientengeometrie. [BR, 1.1/2/4/6]

8. Synthetische Projektive Geometrie. Aufbau der projektiven Geometrie nach synthetischen Prinzipien, Zusammenhang mit dem algebraischen Zugang zur projektiven Geometrie. [BR, 1.3.2.1]

9. Korrelationen. Dualer projektiver Raum, Korrelation, Hauptsatz über Korrelationen, Matrizendarstellung. [F1, 3.4.1-4/6]

10. Affine Quadriken. Begriff einer Quadrik, Hauptachsentransformation, geometrische Äquivalenz und Normalform. [F1, 1.4.1-4,1.4.7/8]

11. Projektive Quadriken. Homogene Polynome und ihre Nullstellen, projektive Quadrik, Beispiele, Zusammenhang mit symmetrischen Bilinearformen, Invarianz unter Projektivitäten. [F1, 3.5.1-4]

12. Projektive Hauptachsentransformation. Geometrische Äquivalenz, Normalform einer Quadrikgleichung, Berechnung der Normalform mit der Vorzeichenregel von Descartes, Beweis dieser Regel, eventuell noch Sturmsche Ketten. [F1, 3.5.5/7/8], [F2, S. 72/73]

13. Klassifikation der Projektiven Quadriken. Klassifikation über den reellen bzw. den komplexen Zahlen (zweiter Fall nur angedeutet), Liste der Normalformen in zwei und drei Dimensionen, Vergleich mit der affinen Situation, maximale Dimension enthaltener projektiver Unterräume, Tangentialraum. [F1, 3.5.9-11]

14. Synthetischer Zugang zu Quadriken. Quadratische Mengen, Radikal, maximale Unterräume und Index, Klassifikation im dreidimensionalen, Zusammenhang mit Quadriken. [BR, 4.1-3/7]

15. Grassmannsche und Plücker-Koordinaten. Plücker-Koordinaten eines projektiven Unterraums, äußere Algebra, Grassmannsche, duale Plücker-Koordinaten. [JT, Kap. 12]

Literatur

[A] M. Audin: Geometry

[B] T. Bröcker: Lineare Algebra und Analytische Geometrie

[BR] A. Beutelspacher, U. Rosenbaum: Projektive Geometrie

[F1] G. Fischer: Analytische Geometrie

[F2] G. Fischer: Lineare Algebra

[JT] M. Joswig, T. Theobald: Algorithmische Geometrie