B. Cordani: The Kepler Problem, Birkhäuser, Basel 2003

Bei der Leserschaft des Computeralgebra-Rundbriefs ist die Gefahr groß, daß bei dem Titel dieses Buchs an Kugelpackungen gedacht wird. Tatsächlich geht es hier aber um das mechanische Kepler-Problem: die Bewegung eines Teilchens unter dem Einfluß einer Zentralkraft, deren Betrag invers mit dem Quadrat des Radius abnimmt.

Das Kepler-Problem ist von großer Bedeutung in der Mechanik. Auf der einen Seite ist es so einfach, daß der gesamte Apparat der geometrischen Mechanik und Quantisierung auch explizit angewandt werden kann. Auf der anderen Seite besitzt es sehr viel Struktur. So handelt es sich z.B. um ein sogenanntes super- oder überintegrables System, das mehr unabhängige erste Integrale als Freiheitsgrade besitzt; der tiefere Grund hierfür ist eine $SO(4)$-Symmetrie. Ferner werden in der Astronomie viele komplexere Situationen, für die keine geschlossene analytische Theorie entwickelt werden kann, als gestörte Formen des Kepler-Problems behandelt.

Aufgrund dieser großen Bedeutung ist es nicht verwunderlich, daß eine sehr umfangreiche Literatur zum Kepler-Problem vorliegt. Neben hunderten von Artikeln existieren außer dem vorliegenden Buch noch mindestens drei weitere Monographien (von sehr renommierten Autoren) zu diesem Thema. Wie der Autor im Vorwort schreibt, ist sein Buch jedoch das erste, das versucht, alle wesentlichen Aspekte des Kepler-Problems in einer einheitlichen Form zu beschreiben. In der Tat ist es ungewöhnlich, in einem Buch sowohl abstrakte Quantisierungsfragen als auch klassische numerische Störungsrechnungen zu finden.

Nach einer kurzen Einführung gliedert sich das Buch in drei Teile und einen umfangreichen Anhang. Der erste Teil behandelt die elementare Theorie des Kepler-Problems. Hier werden die klassischen Koordinatenrechnungen wiedergegeben. Insbesondere werden zunächst die vier orthogonalen Koordinatensysteme eingeführt, in denen die Hamilton-Jacobi-Gleichung separiert, und dann Winkel-Wirkungs-Variablen. In jedem dieser Koordinatensystem erfolgt dann eine Quantisierung des Systems sowie die explizite Bestimmung des Spektrums. Zum Schluß wird noch die Regularisierung des Kepler-Problems diskutiert.

Viele dieser Koordinatenrechnungen scheinen auf den ersten Blick vom Himmel zu fallen (was vielleicht für ein astronomisches Problem natürlich sein mag, aus mathematischer Sicht aber unbefriedigend ist). Der zweite Teil des Buchs erklärt daher die klassischen Ergebnisse über die unterliegende

Geometrie. Die wesentliche Erkenntnis ist, daß der Phasenraum des regularisierten n-dimensionalen Kepler-Problems sowohl zu einem koadjungierten Orbit der Lie-Gruppe $SO(2, n+1)$ als auch zu dem Kotangentialbündel einer n-dimensionalen Kugel ohne den Nullschnitt symplektomorph ist. Dabei wird ein neuer, auf den Autor zurückgehender Aspekt betont, daß nämlich die Kepler-Dynamik erhalten wird durch die Anwendung einer erweiterten kanonischen Transformation auf den geodätischen Fluß auf dieser Kugel.

Der dritte Teil des Buchs beschäftigt sich mit Störungstheorie; er ist der einzige, in dem wenigstens am Rande Computeralgebra erwähnt wird (Aufstellen der gestörten Bewegungsgleichungen für die numerische Integration). Im Gegensatz zu dem zweiten Teil, wo durchgehend vorausgesetzt wird, daß der Leser mit den wesentlichen Techniken bereits vertraut ist, gibt es hier zunächst eine Einführung auf der Basis von Lie-Reihen; diese umfaßt insbesondere auch eine Diskussion der Konvergenz der formalen Reihen. Anschließend erfolgt die Anwendung auf das Kepler-Problem. Dabei werden nicht wie üblich Delaunay- oder Poincaré-Koordinaten verwendet, da diese nur lokal gültig sind, sondern der Autor arbeitet mit den globalen Fock-Parametern, was allerdings zu Zwangsbedingungen führt. Zum Schluß wird noch der Spezialfall von Störungen mit einer axialen Symmetrie behandelt; hier bleibt trotz der Störung die vollständige Integrabilität erhalten.

Obwohl umfangreiche Anhänge die verwendeten Begriffe aus der geometrischen Mechanik einführen, richtet sich das Buch eindeutig an Spezialisten auf diesem Gebiet. Für diese ist es sicherlich sehr instruktiv, einmal alle wesentlichen Techniken an einem einfachen aber nicht trivialen Beispiel mit reicher Struktur explizit vorgeführt zu bekommen. Einsteiger sollten sich erst aus anderer Quelle mit dem nötigen mathematischen Rüstzeug versorgen; danach wird auch für sie die Lektüre dieses Buchs ein Gewinn sein.

(Werner M. Seiler, Heidelberg)