S.F. Singer: Symmetry in Mechanics – A Gentle, Modern Introduction, Birkhäuser, Boston 2001

Dieses ungewöhnliche Buch ist eine kleine Perle. Wie der Untertitel verspricht, enthält es eine „gentle“ Einführung in die moderne geometrische Mechanik. Die Mechanik ist eine sehr alte Wissenschaft und die meisten Physiker oder Ingenieure lernen sie aus den klassischen Lehrbüchern wie Goldstein oder Landau/Lifschitz. Diese Bücher sind alle koordinatenorientiert und entstanden lange vor der Renaissance der geometrischen Mechanik in den letzten circa 30 Jahren. Es gibt durchaus auch eine Reihe von Lehrbüchern über geometrische Mechanik, allen voran immer noch der bekannte Text von Abraham/Marsden, der mit zu dieser Renaissance führte. Allerdings setzen diese Bücher profunde Kenntnisse in moderner Differentialgeometrie voraus bzw. führen diese zunächst ein. Gerade Ingenieure klagen immer wieder, daß das für sie eine (zu) hohe Hürde darstellt.

Genau an dieser Stelle setzt das vorliegende Buch an. Es versucht zum einen, immer wieder zwischen den oft unterschiedlichen Denk- und Ausdrucksweisen von Physikern und Mathematikern zu vermitteln. Zum anderen versucht es, mit möglichst wenig technischem Aufwand die wesentlichen *Ideen* der Differentialgeometrie zu vermitteln. Ziel ist es, den/die Leser/in in die Lage zu versetzen, anspruchsvollere Texte wie eben z.B. Abraham/Marsden zu lesen. Dieser Versuch ist meiner Meinung nach ausgezeichnet gelungen. Es ist schon vom Umfang des Buchs her klar, daß es keine tiefgehende Einführung in die moderne Differentialgeometrie und Mechanik sein kann. Wer aber das Buch durchgearbeitet hat, ist bestens präpariert, solche Einführungen zu lesen und vor allem zu verstehen!

Zwei Beispiele mögen den Stil den Buchs demonstrieren. Bei der Definition einer Mannigfaltigkeit wird das Schwergewicht auf die Idee gelegt, daß sie lokal wie ein $\mathbb{R}^n$ aussieht; das technisch wesentlich anspruchsvollere topologische Konzept eines Hausdorff-Raums wird dabei ignoriert. Für die beabsichtigten Anwendungen reicht dies völlig aus. Außerdem verschweigt Singer solche Auslassungen nicht sondern gibt detaillierte Referenzen zu klassischen Lehrbüchern. Lie-Gruppen sind durchgehend Matrixgruppen; abstrakte Gruppen werden nur kurz in einem optionalen Abschnitt eingeführt.

Das Ziel des Buchs ist eine Einführung in die berühmte (Meyer)-Marsden-Weinstein-Reduktion Hamiltonscher Systeme mit einer Symmetrie. Allerdings wird nicht die allgemeine Theorie dargestellt sondern durchgehend der Spezialfall des Zweikörperproblems behandelt. Auf dem Weg dorthin werden alle wesentlichen Konzepte wie symplektische Strukturen, Differentialformen und Vektorfelder, Lie-Gruppen und -Algebren, Gruppenoperationen und Impulsabbildungen etc. in ihrer modernen intrinsischen Form eingeführt. Insbesondere die Veranschaulichung dualer Objekte wie z.B. Differentialformen, die erfahrungsgemäß Anfängern besondere Schwierigkeiten bereiten, ist gut gelungen. So fehlt auch nicht eine Diskussion, daß der Gradient eigentlich eine Einsform und eben kein Vektorfeld ist.

Zahlreiche explizite Beispiele und Aufgaben (mit Lösungen im Anhang) sowie eine kommentierte Liste weiterführender Texte runden das wirklich gut gemachte Buch ab.

(Werner M. Seiler, Heidelberg)