

Übungen zur Vorlesung
COMPUTERALGEBRA UND ORTHOGONALE POLYNOME
Übungsblatt 12

Aufgabe 1: Bestimmen Sie aus der Differenzgleichung

$$\sigma(x)\Delta\nabla P_n(x) + \tau(x)\Delta P_n(x) + \lambda_n P_n(x) = 0$$

die Parameter α_n , β_n und γ_n (in Abhängigkeit von a, b, c, d, e und k_n) der Differenzenregel

$$\sigma(x)\nabla P_n(x) = \alpha_n P_{n+1}(x) + \beta_n P_n(x) + \gamma_n P_{n-1}(x).$$

Aufgabe 2:

- (a) Implementieren Sie den Algorithmus zur Bestimmung der klassischen diskreten OPS-Lösungen holonomer Dreitermrekursionen analog zu Satz 42 in *Mathematica*.
- (b) $(\alpha + 1)(n + \beta + 1)P_{n+2}(x) - (n(\alpha + 2) + \beta + \alpha(x + \beta + 1) + 2)P_{n+1}(x) + (n + 1)P_n(x) = 0$

Untersuchen Sie mit Hilfe der Prozedur aus (a), ob die Lösung der Rekursion aus (b) ein klassisches diskretes OPS darstellt. Falls ja, geben Sie auch das klassische diskrete OPS an.

Aufgabe 3: Bestimmen Sie aus der Differenzgleichung von $P_n(x)$ die allgemeine Rekursionsgleichung der Koeffizienten $C_k(n)$, welche durch

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n C_k(n)x^k$$

gegeben sind. Verifizieren Sie mit dieser Rekursion, dass

$$M_n(x; \gamma, \mu) = (\gamma)_n {}_2F_1 \left(\begin{matrix} -n, -x \\ \gamma \end{matrix} \middle| 1 - \frac{1}{\mu} \right)$$

die hypergeometrische Darstellung der Meixnerpolynome ist.

Abgabetermin bis: Freitag, 17. Februar 2006, 13.15 Uhr
an: sprenger@mathematik.uni-kassel.de