Prof.Dr. W.Bley
Dipl.-Math. T.Sprenger

Klausur zur Vorlesung

UNIKASSEL VERSITÄT

Klausur 01 **ELEMENTARGEOMETRIE** **24.07.2007**

Name: ____________ **Vorname:** ____________

Studiengang: ____________ **Modularisiert:** ja / nein

Matrikelnummer: ____________

Instruktionen

Bevor Sie anfangen: Legen Sie Ihren Immatrikulationsausweis und Personalausweis sichtbar auf Ihren Schreibtisch! Füllen Sie obige Felder aus! Schreiben Sie auf jeden Zettel Ihren Vor - und Nachnamen!

Zur Lösung einer Aufgabe verwenden Sie bitte den Platz unter der Aufgabenstellung sowie die Rückseite des Blattes. Falls der Platz nicht ausreicht, fordern Sie ein neues Blatt an und lassen sie es später an die Klausur heften.

Nur vom Korrekteur auszufüllen!

Aufgabe 1	(a)		:	(2)
	(b)	(i)	:	(1)
	(b)	(ii)	:	(3)
Aufgabe 2			:	(3)
Aufgabe 3	(a)		:	(2)
	(b)		:	(2)
	(c)		:	(2)
Aufgabe 4	(a)		:	(4)
	(b)		:	(2)
Aufgabe 5			:	(4)
SUMME			:	(25)

Name: ____________________ **Vorname:** ____________________

Aufgabe 1

(a) Gegeben seien die Punkte

$$A = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad B = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Gerade g in der Form

$$g = \left\{ z \in \mathbb{R}^2 \mid z = r + \lambda s,\, \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

für die $A, B \in g$ gilt. **(2 Punkte)**

(b) Gegeben seien eine Gerade h mit

$$h = \left\{ z \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, z = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},\, \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

und ein Kreis K mit

$$K = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, x^2 + y^2 = 4 \right\}.$$

(i) Überprüfen Sie, ob der Punkt $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ auf der Geraden h liegt. **(1 Punkt)**

(ii) Wieviele Schnittpunkte besitzen ein Kreis und eine Gerade höchstens? Bestimmen Sie die Schnittpunkte der Geraden h mit dem Kreis K. Beschreiben Sie Ihr Vorgehen!

(3 Punkte)

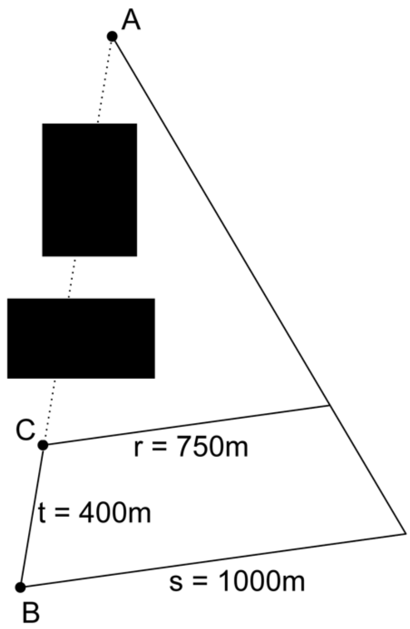
Name: ____________________ **Vorname:** ____________________

Aufgabe 2

Gegeben seien zwei Punkte A und B und drei Strecken r, s und t mit den Längen

$$r = 750\,\mathrm{m}, \qquad s = 1000\,\mathrm{m} \qquad \text{und} \qquad t = 400\,\mathrm{m}\,.$$

Ferner sei $r \| s$.



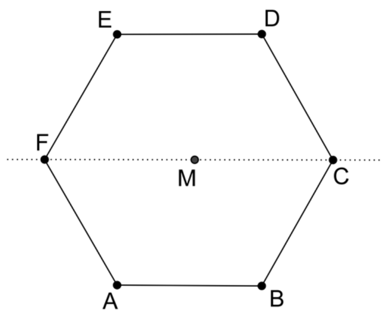
Zwischen den Punkten A und B liegen Hindernisse, so dass der Abstand zwischen den beiden Punkten nicht direkt berechnet werden kann. Bestimmen Sie den Abstand $|AB|$ mit obigen Größen.

(3 Punkte)

Name: ____________________ **Vorname:** ____________________

Aufgabe 3

Gegeben sei ein regelmäßiges Sechseck mit den Eckpunkten A, B, C, D, E und F.



(a) Bestimmen Sie die Innenwinkelsumme des Sechsecks und begründen Sie Ihre Antwort. **(2 Punkte)**

(b) Sei τ die Spiegelung an der in der Skizze angedeuteten Symmetrieachse und σ eine Drehung um 60° um den Mittelpunkt M des Sechsecks gegen den Uhrzeigersinn. Bestimmen Sie das Bild der Abbildung $\sigma \circ \tau \circ \sigma$ der sechs Eckpunkte. Geben Sie dazu an, auf welche Punkte die Punkte A, B, C, D, E und F abgebildet werden. **(2 Punkte)**

(c) Eine Drehung kann man als Komposition zweier Geradenspiegelungen darstellen. Drücken Sie die Drehung σ durch zwei Geradenspiegelungen am Sechseck aus (Skizze) und erläutern Sie, wie Sie auf Ihr Ergebnis kommen. **(2 Punkte)**

Name: ______________________ **Vorname:** ______________________

Aufgabe 4

Gegeben sei ein Dreieck $\triangle ABC$ durch die Punkte $A = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} 9 \\ -4 \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie den Mittelpunkt M des Umkreises von $\triangle ABC$ und beschreiben Sie Ihren Rechenweg.

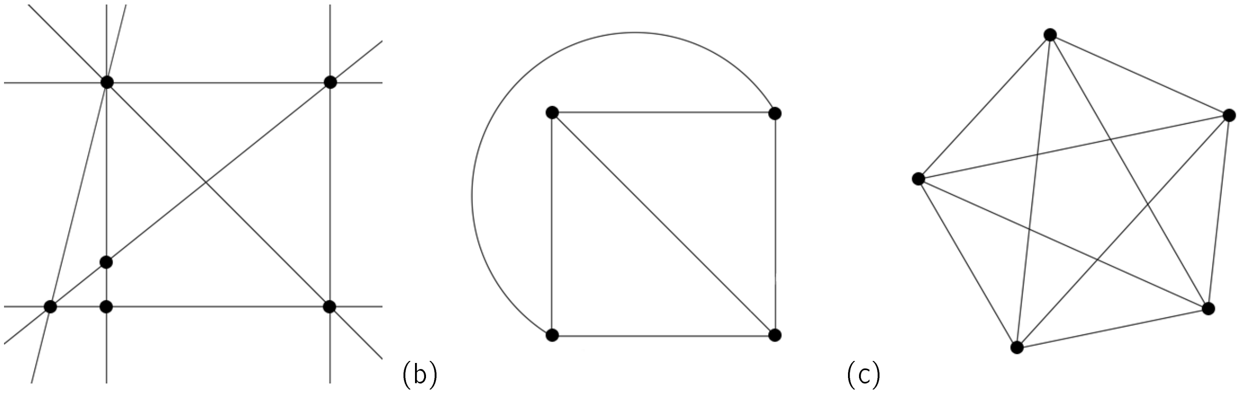
(4 Punkte)

Ergebnis: $M = \begin{pmatrix} 4 \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$

(b) Bestimmen Sie den Radius des Umkreises von $\triangle ABC$. **(2 Punkte)**

Name: ______________________________ **Vorname:** ______________________________

Aufgabe 5
Untersuchen und begründen Sie, ob die folgenden Modelle das Parallelenaxiom erfüllen.



(a) (b) (c)

(4 Punkte)