Prof.Dr. W.Bley
Dipl.-Math. T.Sprenger

Klausur zur Vorlesung

UNIKASSEL VERSITÄT

Klausur 02 **ELEMENTARGEOMETRIE** **09.10.2007**

Name: ____________________ **Vorname:** ____________________

Studiengang: ____________________ **Modularisiert:** ja / nein

Matrikelnummer: ____________________

Instruktionen

Bevor Sie anfangen: Legen Sie Ihren Immatrikulationsausweis und Personalausweis sichtbar auf Ihren Schreibtisch! Füllen Sie obige Felder aus! Schreiben Sie auf <u>jeden</u> Zettel Ihren Vor - und Nachnamen!

Zur Lösung einer Aufgabe verwenden Sie bitte den Platz unter der Aufgabenstellung sowie die Rückseite des Blattes. Falls der Platz nicht ausreicht, fordern Sie ein neues Blatt an und lassen sie es später an die Klausur heften.

Nur vom Korrekteur auszufüllen!

Aufgabe 1	(a)	:	(2)
	(b)	:	(2)
	(c)	:	(4)
Aufgabe 2		:	(4)
Aufgabe 3	(a)	:	(2)
	(b)	:	(2)
	(c)	:	(1)
Aufgabe 4	(a)	:	(1)
	(b)	:	(2)
	(c)	:	(1)
Aufgabe 5		:	(4)
SUMME		:	(25)

Name: ______________________ **Vorname:** ______________________

Aufgabe 1

Gegeben seien eine Gerade g mit

$$g = \left\{ z \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, z = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix},\ \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

und ein Dreieck $\triangle ABC$ mit den Punkten

$$A = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Punktrichtungsformen der drei Geraden, die durch Fortsetzung der Seiten des Dreiecks $\triangle ABC$ entstehen. **(2 Punkte)**

(b) Welche Möglichkeiten können auftreten? (Mehrfachnennungen möglich)

Eine Gerade und ein Dreieck können

- ☐ keine
- ☐ einen
- ☐ zwei
- ☐ drei
- ☐ unendlich viele

Schnittpunkt(e) besitzen.

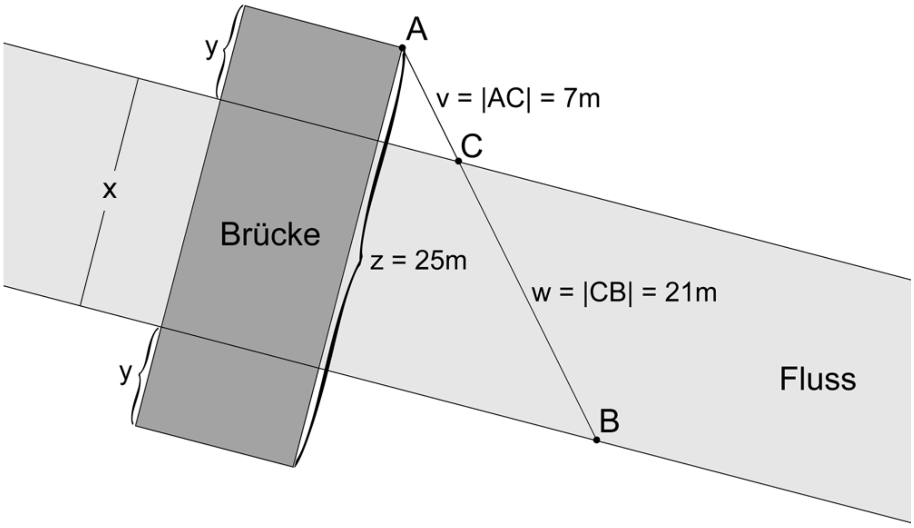
Erläutern Sie Ihre Antwort (z.B. anhand einer Zeichnung)! **(2 Punkte)**

(c) Berechnen Sie nun alle Schnittpunkte der Geraden g mit dem Dreieck $\triangle ABC$. **(4 Punkte)**

Name: ____________________ **Vorname:** ____________________

Aufgabe 2

Gegeben sei ein Fluss mit zwei parallelen Ufern. Über diesen Fluss verläuft (senkrecht zum Fluss) eine Brücke der Länge $z = 25\,\text{m}$. Die beiden Teile der Brücke, die sich links und rechts am Ufer befinden, sind identisch, d.h. die unbekannte Länge y der Brückenenden ist auf beiden Ufern gleich. Ferner existieren drei weitere Punkte A, B und C. Der Punkt C befindet sich auf der Strecke $[AB]$ und teilt diese in zwei Strecken der Länge $v = 7\,\text{m}$ und $w = 21\,\text{m}$ (siehe Skizze!). Bestimmen Sie die Breite x des Flusses.



(4 Punkte)

Name: ____________________ **Vorname:** ____________________

Aufgabe 3

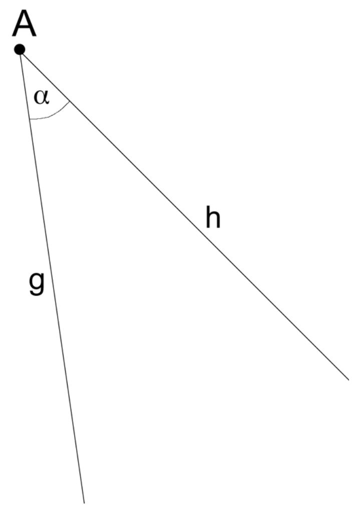
Gegeben seien die beiden Halbgeraden

$$g = \left\{ z \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, z = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},\ \lambda \in \mathbb{R}^+ \right\}$$

und

$$h = \left\{ z \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, z = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -14 \end{pmatrix},\ \lambda \in \mathbb{R}^+ \right\},$$

wobei $\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$.



Die beiden Halbgeraden g und h schneiden sich unter dem Winkel $\alpha = \angle(g, h)$ in dem Punkt $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

(a) Bestimmen Sie die Punkte auf der Halbgeraden g und h, deren Abstand zum Punkt A $\sqrt{50}$ beträgt.
Ergebnis: $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ *und* $\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$. **(2 Punkte)**

(b) Bestimmen Sie nun die Winkelhalbierende des Winkels $\alpha = \angle(g, h)$. (Bedenken Sie, die Winkelhalbierende ist *per definitionem* eine Halbgerade!) **(2 Punkte)**

(c) Geben Sie unter Verwendung von (b) die Winkelhalbierende des Winkels $\beta = \angle(h, g)$ an. **(1 Punkt)**

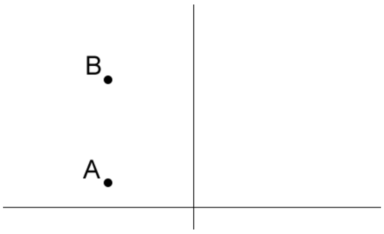
Name: ______________________ **Vorname:** ______________________

Aufgabe 4
In dem Modell von Poincaré und in dem Modell von Klein gilt das Axiom:

Zu zwei verschiedenen Punkten A und B existiert genau eine Gerade g mit $A, B \in g$.

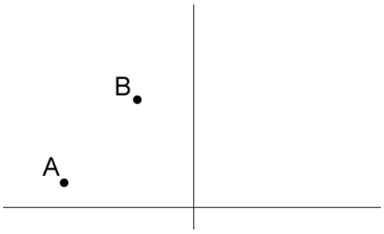
Beschreiben Sie jeweils in Worten die Konstruktion der durch die beiden gegebenen Punkte A und B eindeutig bestimmten Geraden g. Verdeutlichen Sie die Konstruktion jeweils anhand der Skizze.

(a) Poincaré-Modell



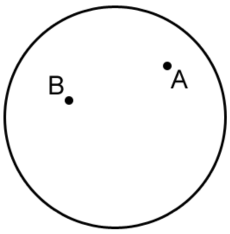
(1 Punkt)

(b) Poincaré-Modell



(2 Punkte)

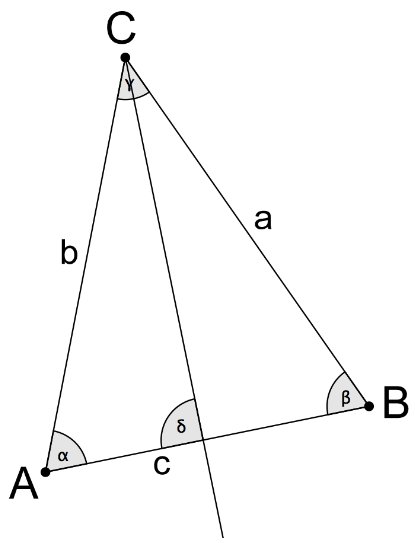
(c) Kleinmodell



(1 Punkt)

Name: ______________________________ **Vorname:** ______________________________

Aufgabe 5



Beweisen Sie für das Dreieck $\triangle ABC$:

$$\text{Das Dreieck ist gleichschenklig mit } a = b \iff \text{Die Winkel } \alpha \text{ und } \beta \text{ sind gleich groß}$$

(4 Punkte)

Hinweis:

„$\Rightarrow$“: Betrachten Sie die Winkelhalbierende von γ und verwenden Sie die Kongruenzsätze.

„$\Leftarrow$“: Betrachten Sie die Winkelhalbierende von γ, zeigen Sie $\delta = 90°$ und verwenden Sie die Kongruenzsätze.