Übungsblatt 01 **ELEMENTARGEOMETRIE** **19.04.2007**

Aufgabe 1 Beweisen Sie ausführlich mit Hilfe der Axiome aus der Vorlesung:
Wenn zwei Geraden sich in mindestens zwei Punkten schneiden, sind sie gleich.

(2 Punkte)

Aufgabe 2 Zwei Geraden heißen *parallel* (in Zeichen $\|$), wenn sie gleich sind oder wenn es keinen Punkt gibt, der mit g und h inzidiert. Also:

$$g \parallel h \quad \Longleftrightarrow \quad g = h \quad \vee \quad g \cap h = \emptyset.$$

Eine *Äquivalenzrelation* $\sim$ auf der Menge M ist eine Relation, die die folgenden drei Eigenschaften besitzt:

- Es gilt $a \sim a$ für alle $a \in M$. (Reflexivität)
- Aus $a \sim b$ folgt $b \sim a$ für alle $a, b \in M$. (Symmetrie)
- Aus $a \sim b$ und $b \sim c$ folgt $a \sim c$ für alle $a, b, c \in M$. (Transitivität)

Es gelte nun zusätzlich zu den ersten drei Axiomen der Vorlesung das *Parallelenaxiom*:
Zu jeder Geraden gibt es durch jeden Punkt genau eine Parallele.

Zeigen Sie: Die Parallelität ist eine Äquivalenzrelation.

(4 Punkte)

Aufgabe 3 Überprüfen und erläutern Sie, ob das Parallelenaxiom aus Aufgabe 2 in den folgenden Modellen gilt oder nicht:

1. Minimalmodell
2. Modell von Klein
3. Modell von Poincaré

(4 Punkte)

Aufgabe 4 In der Ebene seien fünf verschiedene Punkte $P_1, P_2, \ldots, P_5$ gegeben. Durch je zwei dieser Punkte wird eine Gerade gezogen. Wieviele solcher Geraden gibt es

1. mindestens?
2. höchstens?

Versuchen Sie zu verallgemeinern.

(4 Punkte)

Abgabetermin: Donnerstag, 26.04.2007, 11.00 Uhr, aufgabenweise in die Kästen vor Raum 2404.
WICHTIG: Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt. Falls Sie mehr als ein Blatt für eine Aufgabe verwenden, tackern Sie diese zusammen. Geben Sie auf jedem Blatt NAMEN, VORNAMEN, AUFGABENNR. sowie ihre GRUPPENNR. an.