Aufgabe 1: (Methoden zur Berechnung der Resultanten) In der Vorlesung wurde die Resultante auf zwei Weisen berechnet. Setzen Sie beide Methoden in *Mathematica*-Prozeduren um:

1. Implementieren Sie die Berechnung als Determinante der Sylvester-Matrix.
2. Implementieren Sie eine zweite Version mit den Rekursionsformeln aus Satz 7.38 der Vorlesung. Arbeiten Sie dabei iterativ, nicht wie in der Vorlesung rekursiv.
3. Führen Sie einen Laufzeitvergleich mit einigen geeigneten Beispielpolynomen durch. Begründen Sie, warum ihre Polynome geeignet sind.

(8 Punkte)

Aufgabe 2: (Minimalpolynome und Resultanten)

(a) Beweisen Sie: Sind α und β zwei algebraische Zahlen mit den Minimalpolynomen $p(x)$ und $q(x)$, so gilt folgende Tabelle:

Zahl	Nullstellenpolynom
$\alpha+\beta$	$\operatorname{res}(p(x-y), q(y), y)$
$\alpha-\beta$	$\operatorname{res}(p(x+y), q(y), y)$
α/β	$\operatorname{res}(p(x\cdot y), q(y), y)$
$\sqrt[n]{\alpha}$	$\operatorname{res}(p(y), x^n-y, y)$

Finden Sie ähnlich ein Nullstellenpolynom für $\alpha\cdot\beta$.

Achtung: $p(x/y)$ ist kein Polynom, daher ist $\operatorname{res}(p(x/y), q(y), y)$ nicht definiert! Man braucht also noch einen Trick.

(b) Bestimmen Sie nun unter Verwendung von (a) das Minimalpolynom von

$$\sqrt[5]{2}-\frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[4]{3}}.$$

(8 Punkte)