

Aufgabe 1 (Ableitungsregeln)

Zeigen Sie die folgenden Ableitungsregeln

(a) $d(\sin(x)) = \cos(x)dx$

(b) $d(\cos(x)) = -\sin(x)dx$

mit der Methode von Euler.

Hinweis: Verwenden Sie die Additionstheoreme und Reihendarstellungen der Funktionen.

(4 Punkte)

Aufgabe 2 (Riemannsche Zetafunktion)

Bestimmen Sie über das hyperbolische Sinusprodukt und der zugehörigen Potenzreihe den Wert von

$$\zeta(6) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^6}.$$

Hinweis: Sei

$$S_m = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^m \quad \text{und} \quad A_m = \sum_{k_1 < k_2 < \dots < k_m} \alpha_{k_1} \cdot \alpha_{k_2} \cdot \dots \cdot \alpha_{k_m}.$$

Bestimmen Sie eine allgemeine Formel für S_3 . Betrachten Sie dazu A_1^3 .

(6 Punkte)