

## Fachseminar L3 – SoSe 2015

Mittwoch 15:00 – 17:00, Raum 0450

### Dynamische Systeme und Fraktale: Von der Ordnung zum Chaos - ein Blick in die Komplexität der Natur

#### Übersicht

Das Ziel dieses Seminars ist die mathematische Beschreibung von Prozessen, die komplexe Strukturen in unserer Welt erzeugen. Es wird gezeigt wie man einen relativ simplen Prozess (ein dynamisches System) nutzen kann um komplizierte Objekte (Fraktale) zu erzeugen. Fraktale sind mathematische Konstruktionen. Es gibt zahlreiche natürliche Formen die eine fraktale Geometrie besitzen; siehe z.B.

<http://themindunleashed.org/2014/10/30-beautiful-photographs-fractals-nature.html>

Sowohl die Chaostheorie, als auch die Geometrie von Fraktalen sind in der Schule beispielsweise im Rahmen von Projektkursen, Facharbeiten oder Arbeitsgemeinschaften (auch fächerverbindend mit Informatik) gut einsetzbar (siehe z.B. "Selbstähnlichkeit, Chaosspiel, Dimension" von Peitgen et al.). Da man bereits mit einfachen Programmierkenntnissen viele unterschiedliche Fraktale konstruieren kann, eignet sich das Thema in der Schule zur Inspiration, Motivation und Diskussion, um auch die Anwendbarkeit der reinen Mathematik zu initiieren. Hier können Schülerinnen und Schüler leicht eigene Fraktale erzeugen und so Motivation und Zugang zur reinen Mathematik gewinnen, was sich auch auf den regulären Mathematikunterricht auswirkt.

Die Vorträge umfassen drei Themenbereiche, die aufeinander aufbauen:

- (I) Mathematische Einführung dynamischer Systeme
- (II) Von der Ordnung zum Chaos
- (III) Fraktale - Konstruktion der Julia-Menge und der Mandelbrot-Menge

Bitte kommen Sie bei Interesse einer Teilnahme an diesem Seminar zu dem ersten Treffen am 11.02.2015 um 13:00 Uhr in Raum 1404 und melden Sie sich auch per E-Mail ([uk035652@uni-kassel.de](mailto:uk035652@uni-kassel.de)) verbindlich an.

## Literatur

- [1] Devaney, Robert L. ***A first course in chaotic dynamical systems. Theory and experiment.*** Addison-Wesley Studies in Nonlinearity. Addison-Wesley Publishing Company, Advanced Book Program, Reading, MA, 1992.
- [2] Falconer, Kenneth ***Fractal geometry. Mathematical foundations and applications.*** John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, 1990.
- [3] Hirsch, Morris W.; Smale, Stephen; Devaney, Robert L. ***Differential equations, dynamical systems, and an introduction to chaos.*** Pure and Applied Mathematics (Amsterdam), 60. Elsevier/Academic Press, Amsterdam, 2004.
- [4] Mandelbrot, Benoit B. ***Die fraktale Geometrie der Natur.*** Birkhäuser Verlag, Basel, 1991.

## Vorträge

1. Einleitung: Beispiele dynamischer Systeme ([1] Kap. 2.1-2.4, [3] Seiten 1-4)
2. Orbits: Definitionen und Beispiele ([1] Kap. 3.1-3.4)
3. Verdopplungsfunktion. Kann ein Rechner lügen? ([1] Kap. 3.5-3.6)
4. Graphische Veranschaulichung ([1] Kap 4.1-4.3)
5. Fixpunkte: Definitionen und graphische Analysis ([1] Kap. 5.1-5.3)
6. Analytische Rechtfertigung des 5. Vortrags ([1] Kap. 5.4-5.5)
7. Bifurkationen: Veränderungen des Verhaltens bei Parameteränderungen ([1] Kap. 6.1-6.3)
8. Die quadratische Familie: rechnerisches Experiment und theoretische Analyse ([1] Kap. 6.4, 7.1-7.2)
9. Die Cantor-Menge ([1] Kap. 7.3)
10. Die quadratische Familie: Übergang zum Chaos ([1] Kap. 8.1-8.3)
11. Mathematische Definition von Chaos ([1] Kap. 10.1)
12. Fraktale: erste Beispiele und Eigenschaften ([1] Kap. 14.1-14.4, 14.5-14.6)
13. Iterierte Funktionensysteme und ihre Verbindung zu den Fraktalen ([1] Kap. 14.7-14.8)
14. Komplexe Funktionen ([1] Kap. 15.1-15.4)
15. Die Julia-Menge ([1] Kap. 16.1-16.2, 16.4)
16. Die Mandelbrot-Menge ([1] Kap. 17.1-17.2)