

# ÜBUNGSKLAUSUR

Mathematik I

12.02.2002

Prof. Dr. Wolfram Koepf

Name:	Vorname:	Matr.-Nr.:
-------	----------	------------

Bitte lassen Sie genügend Platz zwischen den Aufgaben  
und beschreiben Sie nur die Vorderseite der Blätter!

1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)	9)	10)
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

Punkte:	Übungsnote:
---------	-------------

- 1) Gegeben seien die zwei Ebenen  $E_1 : 2x + 3y + 4z = 3$ ,  
 $E_2 : 4x + 3y + 2z = 1$ .

- a) Bestimmen Sie den Schnittwinkel.  
b) Bestimmen Sie die Schnittgerade.

- 2) Zwei Autos  $A, B$  fahren entlang der beiden Achsen eines rechtwinkligen  $x, y$ -Koordinatensystems. Für den Ort von  $A$  zum Zeitpunkt  $t$  gilt

$$x(t) = 20 + 50t,$$

für  $B$  gilt

$$y(t) = 30 + 40t.$$

Stoßen beide Autos zusammen?

- 3) Geben Sie ein Beispiel an für  
a) eine konvergente (Zahlen-) Folge;  
b) eine divergente (Zahlen-) Folge;  
c) eine konvergente Reihe;  
d) eine divergente Reihe.

(Kurze Begründung bei c) und d).)

- 4) Bestimmen Sie die Fläche, die der Graph der Funktion

$$y(x) = \sqrt{3 + 2x - x^2}$$

mit der  $x$ -Achse einschließt. **Hinweis:** Formen Sie  $3 + 2x - x^2$  zunächst „geeignet“ um und vermeiden Sie Integralrechnung.

- 5) Es sei  $f(x) := \cos(2x) + 2\sin^2 x$ .  
Berechnen und vereinfachen Sie  $f'(x)$ . Was folgt für  $f$ ?  
**Hinweis:**  $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin(2\alpha)$

- 6) Gegeben sei das lineare Gleichungssystem  $x + 2y = 3$   
 $4x + \alpha y = \beta$ .

Was gilt für  $\alpha, \beta$ , wenn das System

- a) eine eindeutige , b) unendlich viele , c) gar keine Lösung(en) besitzt?

- 7) Gegeben sei ein Draht, der fest um den Äquator der Erde gespannt sei. Wird eine Maus unter dem Draht durchkriechen können, wenn wir ihn um einen Meter verlängern und überall gleichmäßig anheben?

- 8) Geben Sie eine Orthogonalbasis des  $\mathbb{R}^3$  an, die den Vektor  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  als Element enthält. **Hinweis:** Verwenden Sie das Vektorprodukt (Kreuzprodukt).

- 9) Bestimmen Sie  $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$ .

- 10) Es sei  $n$  eine natürliche Zahl. Bestimmen Sie die Ableitung von  $f_n(x) := (1 + \frac{x}{n})^n$ . Was bedeutet das Ergebnis für  $n \rightarrow \infty$ ?