Prof. Dr. Wolfram Koepf **Mathematik II** **25.06.2002**
SS 2002

Übungsblatt 10

L28: Gegeben sei die Matrix

$$A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} .$$

Finden Sie eine Diagonalmatrix D und eine reguläre Matrix B derart, dass

$$D = B^{-1} A\, B$$

gilt. Kontrollieren Sie dann die gleichwertige Beziehung $A = B\, D\, B^{-1}$.

L29: Im $\mathbb{R}^2$ sei die Gleichung

$$3x^2 - 2xy + 3y^2 = 4$$

gegeben.
Bringen Sie diese Gleichung in Normalform. Welcher Art ist die gegebene Kurve (Ellipse, Parabel, Hyperbel)? Klassifizieren Sie (ohne die Normalformen auszurechnen) auch die Kurven

(a) $xy - 4 = 0$
(b) $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - y + 10 = 0$
(c) $x^2 + xy + y^2 + x + y = 0$
(d) $16x^2 - 24xy + 9y^2 - 60x - 80y = 0$

A30: Man bestimme das Integral $I = \int\limits_0^\infty e^{-x^2} dx$ auf folgende Weise: In

$$I^2 = \int\limits_0^\infty e^{-x^2} dx \cdot \int\limits_0^\infty e^{-y^2} dy = \int\limits_{\mathbb{R}^2_{\geq 0}} e^{-(x^2+y^2)}\, d(x,\, y)$$

führe man Polarkoordinaten $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix}$ ein (und gewinne $I^2 = \frac{\pi}{4}$) .

A31: Man bestimme die Extremalstellen der Funktion

$$f(x) = \int\limits_1^2 \frac{\cos(xt)}{t}\, dt\,, \quad x \in [1, 2]\,.$$

A32: Durch

$$\begin{aligned} K_1 &:= \left\{ \begin{pmatrix} t \\ t^2 \end{pmatrix},\ t \in [0,\, 1] \right\}, \\ K_2 &:= \left\{ \begin{pmatrix} t^2 \\ t^3 \end{pmatrix},\ t \in [0,\, 1] \right\}, \\ K_2 &:= \left\{ \begin{pmatrix} t^2 \\ t^4 \end{pmatrix},\ t \in [-1,\, 1] \right\}, \end{aligned}$$

sind drei Punktmengen ($\subset \mathbb{R}^2$, „Kurven“) gegeben.

a) Zwei stimmen überein. Welche?
b) In jedem Fall bestimme man die Tangentialvektoren zum „Zeitpunkt“ t.