Prof. Dr. Wolfram Koepf **Mathematik II** **14.05.2002**
SS 2002

Übungsblatt 4

L11 Bestimmen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) durch Entwickeln nach einer geeigneten Zeile oder Spalte sowie

(b) mit dem Gaußschen Algorithmus.

L12 Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{array}{lcl} x + 2\,y + 3\,z + 4\,w & = & 1 \\ x + y - z - w & = & 1 \\ 2\,x + 3\,y + 2\,z + 3\,w & = & 2\ . \end{array}$$

L13 Bestimmen Sie die Inverse der Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) mit der Cramerschen Regel

(b) mit dem Gaußschen Algorithmus.

A11 (a) Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen der Funktion $g\,(x,\,b) = \log_b\,x$.

(b) Bestimmen Sie den Gradienten der Funktion $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}$,

$$f\,(A,\,\omega,\,t,\,\varphi) = \ A \cdot \cos\,(\omega t + \varphi)\ .$$

A12 Bestimmen Sie alle partiellen Ableitungen bis zur zweiten Ordnung von

$$f(x, y) = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 3x - 21y\ .$$

A13 Die Kugelkoordinaten sind gegeben durch

$$\begin{array}{lcl} x & = & r\cos\varphi\sin\vartheta \\ y & = & r\sin\varphi\sin\vartheta \\ z & = & r\cos\vartheta \end{array}$$

und bilden den Bereich $(r,\,\varphi,\,\vartheta) \in \mathbb{R}_{\geq 0} \times [0,\,2\pi] \times [0,\,\pi]$ nach $\mathbb{R}^3$ ab.

(a) Bestimmen Sie die Jacobimatrix aller partieller Ableitungen:

$$I_f = \begin{pmatrix} x_r & x_\varphi & x_\vartheta \\ y_r & y_\varphi & y_\vartheta \\ z_r & z_\varphi & z_\vartheta \end{pmatrix}$$

(b) Bestimmen Sie die Determinante von I_f .