

### Übungszettel 11

62. Fortsetzung von Aufgabe 61: Sei  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  wieder gegeben durch

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ u \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} x + y + 2z \\ 2x + y + 3z + u \\ x + z + u \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie eine Basis von Bild ( $f$ ) und kontrollieren Sie die Dimensionsformel.

63. Gegeben sei die Matrix

$$A = (a_{jk}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix} .$$

- (a) Was ist der Zeilenindex, was der Spaltenindex?
- (b)  $A$  ist eine  $m \times n$ -Matrix. Wie groß sind  $m$  und  $n$ ?
- (c) Geben Sie die transponierte Matrix an.
- (d) Welche Eigenschaft muss eine Matrix  $B$  haben, damit wir das Produkt  $A \cdot B$  bilden können? Wann ist  $C \cdot A$  erklärt?

64. Bestimmen Sie  $\int_0^1 x^2 dx$  durch Approximation mit Hilfe arithmetischer Riemannsummen und Grenzwertbildung.

65. Bestimmen Sie mit der Regel von de l'Hospital den Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n .$$

66. Bestimmen Sie jeweils den Flächeninhalt zwischen der  $x$ -Achse, dem Graphen von  $f$  und den Geraden  $x = a$  und  $x = b$  für

- (a)  $f(x) = \sin x$ ,  $a = 0$ ,  $b = 2\pi$ ;
- (b)  $f(x) = |x|$ ,  $a = -1$ ,  $b = 2$ ;
- (c)  $f(x) = \ln x$ ,  $a = 1$ ,  $b = 2$ ;
- (d)  $f(x) = x^5$ ,  $a = 0$ ,  $b = 1$ ;

und skizzieren Sie die betrachteten Flächen.

Berechnen Sie (c) zunächst mit der Formel aus der Vorlesung und dann mit Hilfe der partiellen Integration  $u'(x) = 1$ ,  $v(x) = \ln x$ .