**Prof. Dr. Wolfram Koepf** **Mathematik I** **18.12.2001**
**WS 2001/2002**

## Übungszettel 8

45. Lösen Sie die Gleichungen über $\mathbb{R}$

    (a) $\frac{1}{2}\ \ln(x+1)+1=\ln(\sqrt{x+3})$ ,

    (b) $e^{2x}+e^x-6=0$ .

46. Lösen Sie über $\mathbb{R}$ die Gleichung

$$u^{x-2}=v^{x+3}$$

    nach $x$ auf. Bestimmen Sie dann die spezielle Lösung für $u=100$ und $v=10$.

47. Bestimmen Sie die Umkehrfunktionen von

    (a) $f(x)=\ln(3\,x+5)+2\ , \quad x>-\frac{5}{3}$ ,

    (b) $g(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}=:\sinh x\ , \quad x\in\mathbb{R}$ .

48. Durch die Koordinatenformation

$$\begin{aligned}\widetilde{x}_1 &= \cos\varphi\cdot x_1+\sin\varphi\cdot x_2\\ \widetilde{x}_2 &= -\sin\varphi\cdot x_1+\cos\varphi\cdot x_2\end{aligned}$$

    wird eine Drehung um den Winkel $\varphi$ erzeugt.

    (a) Man drehe den Punkt $\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ um den Winkel $\dfrac{\pi}{3}\,\widehat{=}\,60°$.

    (b) Man berechne die Koordinaten $\begin{pmatrix}x_1''\\x_2''\end{pmatrix}$, wenn zuerst um $\varphi$ und dann um $\psi$ gedreht wird.

49. Gegeben sei die Ebene $x+y+z=0$ im $\mathbb{V}^3$ . Geben Sie eine Orthonormalbasis der Ebene an.

50. (Quotientenregel)

    (a) Seien $u(x)$ und $v(x)$ differenzierbar in einem Intervall $I$ und sei $v(x)\neq 0$ . Zeigen Sie, dass $\dfrac{u(x)}{v(x)}$ in $I$ differenzierbar ist mit

$$\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)'=\frac{u'(x)\,v(x)-v'(x)\,u(x)}{v^2(x)}$$

    (b) Leiten Sie die Funktion

$$f(x)=\frac{3\,x-2}{x^2+3\,x-1}$$

    ab.