Universität Kassel
Fachbereich 10/16
Dr. Sebastian Petersen

Blatt 05
22.05.2013

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Sommersemester 2013

Aufgabe 1) und 4c) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Schreiben Sie die Permutation

$$\sigma := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 5 & 7 & 1 & 4 & 8 & 9 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

(vgl. Blatt 4, Aufg. 2) als ein Produkt von Zyklen der Länge 2. Was ist das Vorzeichen $\mathrm{sgn}(\sigma)$?

Aufgabe 2. Sei $Z = \{0, 1, \cdots, 9\}$. Wir interpretieren die Elemente von Z^4 als Pin-Codes.

a) Wie viele solche Pin-Codes gibt es insgesamt?

b) Wie viele solche Pin-Codes haben die Eigenschaft genau zweimal die Ziffer 5 zu enthalten?

c) Wie viele solche Pin-Codes haben die Eigenschaft, daß keine zwei benachbarten Ziffern gleich sind?

Aufgabe 3. Für $n \geq 1$ sei

$$X_n := \{x \in \{0,1\}^n | \forall i \in \{1, \cdots, n-1\} : x_i = 0 \vee x_{i+1} = 0\}$$

die Menge der Worte der Länge n über $\{0, 1\}$, in denen keine zwei benachbarten Zeichen 1 sind. Sei $f_n := |X_n|$.

a) Beweisen Sie: Es gilt $f_1 = 2$, $f_2 = 3$ und

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \text{ für alle } n \geq 3.$$

b) Berechnen Sie f_n für $n \in \{1, 2, \cdots, 6\}$ von Hand.

c) Berechnen Sie f_{100} mit Hilfe eines Computers.

Aufgabe 4. 10 völlig gleichartige Murmeln sollen auf 3 Boxen (Box A, Box B und Box C) verteilt werden.

a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn jede Box bis zu 10 Kugeln fassen kann?

b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn jede Box bis zu 10 Kugeln fassen kann und keine Box frei bleiben soll?

c) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn Box A nur bis zu 4 Kugeln fassen kann, die Boxen B und C aber beliebige Kapazität haben?

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch den 29.05.2013 spätestens bis 08:15 Uhr abgegeben werden.