

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Sommersemester 2013

Aufgabe 1b) und 4) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Ein Versuch mit Ergebnisraum $\{0, 1\}$ und Trefferwahrscheinlichkeit p wird 20 mal unabhängig wiederholt. Sei $\Omega = \{0, 1\}^{20}$ der Ergebnisraum des gesamten Experiments und P das entsprechende Produktmaß auf Ω .

- a) Was ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau 10 Treffer passieren?
- b) Sei A das Ereignis, dass ≥ 10 Treffer passieren und vor dem 10. Treffer genau 4 Nieten kommen. Berechnen Sie $P(A)$.

Die Endergebnisse werden von dem Parameter p abhängen. (Bemerkung: Vielleicht ist es hilfreich, zunächst den Fall $p = \frac{1}{2}$ durchzudenken; in diesem Fall ist P die Gleichverteilung.)

Aufgabe 2. Ein mit den Zahlen 0, 1, 2, 3 beschrifteter Tetraeder wird n -mal geworfen. Ergebnisraum ist $\Omega = \{0, 1, 2, 3\}^n$ mit der Gleichverteilung P .

- a) Berechnen Sie im Fall $n = 2$ den Erwartungswert $\mathbb{E}(P)$ der Zufallsvariable

$$X : \Omega \rightarrow \mathbb{N}, (i, j) \mapsto ij,$$

welche das Produkt der in den beiden Würfeln erzielten Ergebnisse angibt.

- b) Berechnen Sie im Fall $n = 50$ den Erwartungswert $\mathbb{E}(S)$ der Zufallsvariable

$$Y : \Omega \rightarrow \mathbb{N}, (i_1, \dots, i_{50}) \mapsto i_1 + i_2 + \dots + i_{50},$$

welche die Summe der erzielten Ergebnisse angibt.

Aufgabe 3. Ich schlage Ihnen das folgende Glücksspiel vor: Sie würfeln mit einem Würfel und ich würfle mit einem Würfel. Wenn die Summe der beiden Augenzahlen ungerade ist, dann bekomme ich von Ihnen diese Summe. Wenn die Summe der beiden Augenzahlen gerade ist, dann bekommen Sie von mir diese Summe. Die Zufallsvariable G sei Ihr Gewinn in diesem Spiel. (Dieser Gewinn ist im ersten Fall negativ und im zweiten Fall positiv.) Berechnen Sie den Erwartungswert $\mathbb{E}(G)$ und die Varianz $\mathbb{V}(G)$. Ist dieses Spiel fair?

Aufgabe 4. Bei dem Glücksspiel "Chuck a luck" setzt der Spieler seinen Einsatz auf eine der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6. Dann wird mit drei Würfeln gewürfelt. Erscheint die vom Spieler gewählte Zahl einmal, zweimal oder dreimal, so bekommt er seinen Einsatz doppelt, dreifach oder vierfach zurück. Wenn die vom Spieler gewählte Zahl nicht erscheint, dann verliert er seinen Einsatz. Berechnen Sie den Erwartungswert für die den Gewinn des Spielers beschreibende Zufallsvariable.

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch den 03.07.2013 spätestens bis 08:15 Uhr abgegeben werden.