Universität Kassel
Fachbereich 10/16
Dr. Sebastian Petersen

Blatt 11
03.07.2013

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Sommersemester 2013

Aufgabe 1a) und 3b) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Ein Würfel wird 10 mal geworfen. Ergebnisraum ist $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}^{10}$ mit der Gleichverteilung P. Sei $X_i : \Omega \to \mathbb{R}$ die Zufallsvariable, die das Ergebnis des i-ten Wurfes wiedergibt und $S = X_1 + X_2 + \cdots + X_{10}$ die Summe der geworfenen Augenzahlen. Aus der Vorlesung ist bekannt, dass $\mathbb{E}(X_i) = 3.5$ und $\mathbb{E}(S) = 35$ gilt.

a) Berechnen Sie die Varianzen $\mathbb{V}(X_i)$ und $\mathbb{V}(S)$. (Hinweis: Denken Sie bei der Berechnung von S an die Rechenregeln III.6.4.)

b) Welche Abschätzung liefert die Ungleichung von Chebychev für $P(|S - 35| \geq 10)$?

Aufgabe 2. n Studenten torkeln betrunken in die Betten eines großen Schlafsaales. Obwohl jedem Studenten bereits ein Bett zugewiesen wurde legt sich jeder völlig willkürlich in irgendein Bett. Wir denken uns die Studenten und die Betten nummeriert. Ergebnisraum ist $\Omega = \{1, 2, \cdots, n\}^{n,\neq}$ mit der Gleichverteilung (Notation wie in der Vorlesung). Für $\omega \in \Omega$ sei

$$X_i(\omega) := \begin{cases} 1 & \text{falls } \omega_i = i \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Sei $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$ die Anzahl der Studenten, die im richtigen Bett liegen. Aus der Vorlesung ist bekannt, dass $\mathbb{E}(Y) = 1$ gilt.

a) Für $i \neq j$ berechne man $P(X_i \cdot X_j = 1)$ und $P(X_i \cdot X_j = 0)$. Berechnen Sie ferner $P(X_i^2 = 1)$, $P(X_i^2 = 0)$.

b) Entscheiden Sie, ob $(X_i)_{1 \leq i \leq n}$ eine unabhängige Familie von Zufallsvariablen ist.

c) Berechnen Sie die Varianz $\mathbb{V}(Y)$. (Warnung: Die Rechenregel III.6.4.b gilt nur für *unabhängige* Zufallsvariable.)

Aufgabe 3. Für die folgenden Polynome $f_i(X)$ berechne man die Nullstellen in $\mathbb{C}$ und die zugehörigen Vielfachheiten.

a) $f_1(X) = X^3 - X^2 - 8X + 12$.

b) $f_2(X) = X^4 - 2X^3 + 2X^2 - 2X + 1$.

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch den 10.07.2013 spätestens bis 08:15 Uhr abgegeben werden.