

## Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

*Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.*

**Aufgabe 1.** Ein Versuch mit Ergebnisraum  $\{0, 1\}$  und Trefferwahrscheinlichkeit  $p$  wird 20 mal unabhängig wiederholt. Sei  $\Omega = \{0, 1\}^{20}$  der Ergebnisraum des gesamten Experiments und  $P$  das entsprechende Produktmaß auf  $\Omega$ .

- Was ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau 10 Treffer passieren?
- Sei  $A$  das Ereignis, dass  $\geq 10$  Treffer passieren und vor dem 10. Treffer genau 4 Nieten kommen. Berechnen Sie  $P(A)$ .

**Aufgabe 2.** Ein mit den Zahlen 0, 1, 2, 3 beschrifteter Tetraeder wird  $n$ -mal geworfen. Ergebnisraum ist  $\Omega = \{0, 1, 2, 3\}^n$  mit der Gleichverteilung  $P$ .

- Berechnen Sie im Fall  $n = 2$  den Erwartungswert  $\mathbb{E}(P)$  der Zufallsvariable  $X : \Omega \rightarrow \mathbf{N}$ ,  $(i, j) \mapsto ij$ , welche das Produkt der in den beiden Würfeln erzielten Ergebnisse angibt.
- Berechnen Sie im Fall  $n = 50$  den Erwartungswert  $\mathbb{E}(S)$  der Zufallsvariable  $Y : \Omega \rightarrow \mathbf{N}$ ,  $(i_1, \dots, i_{50}) \mapsto i_1 + i_2 + \dots + i_{50}$ , welche die Summe der erzielten Ergebnisse angibt.

**Aufgabe 3.** Ihnen wird das folgende Glücksspiel vorgeschlagen: Sie würfeln mit einem Würfel und Ihr Mitspieler würfelt mit einem Würfel. Wenn die Summe der beiden Augenzahlen ungerade ist, dann bekommt Ihr Mitspieler von Ihnen diese Summe. Wenn dagegen die Summe der beiden Augenzahlen gerade ist, dann bekommen Sie von Ihrem Mitspieler diese Summe. Die Zufallsvariable  $G$  sei Ihr Gewinn in diesem Spiel. (Dieser Gewinn ist im ersten Fall negativ und im zweiten Fall positiv.) Berechnen Sie den Erwartungswert  $\mathbb{E}(G)$  und die Varianz  $\mathbb{V}(G)$ .

**Aufgabe 4.** Sei  $(\Omega, P)$  ein Wahrscheinlichkeitsraum und  $X : \Omega \rightarrow \mathbf{R}$  eine Zufallsvariable. Beweisen Sie: Wenn  $X(\Omega) = \{0, 1\}$  gilt, dann ist  $\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(1 - X)$ .

**Abgabe:** Die Lösungen müssen spätestens bis Mittwoch, den 25.06.2014, um 08:15 Uhr in den Kasten vor Raum 2303 eingeworfen werden.