

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Sommersemester 2011

Aufgabe 1) ist relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Ich schlage Ihnen das folgende Glücksspiel vor: Sie würfeln mit einem Würfel und ich würfle mit einem Würfel. Wenn die Summe der beiden Augenzahlen ungerade ist, dann bekomme ich von Ihnen diese Summe. Wenn die Summe der beiden Augenzahlen gerade ist, dann bekommen Sie von mir diese Summe. Die Zufallsvariable G sei Ihr Gewinn in diesem Spiel. (Dieser Gewinn ist im ersten Fall negativ und im zweiten Fall positiv.) Berechnen Sie den Erwartungswert $\mathbb{E}(G)$ und die Varianz $\mathbb{V}(G)$. Ist dieses Spiel fair?

Aufgabe 2. Sei (Ω, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ eine Zufallsvariable. Man beweise: Wenn $X(\Omega) = \{0, 1\}$ gilt, dann gilt

$$\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(1 - X).$$

Aufgabe 3. Mit einem Würfel wird 100-mal gewürfelt. Ergebnisraum ist $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}^{100}$. Sei X_i das Ergebnis des i -ten Wurfes. Sei

$$M = \frac{1}{100}(X_1 + X_2 + \cdots + X_{100})$$

der Mittelwert dieser Zufallsvariablen.

- Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz vom M .
- Welche Abschätzung nach oben liefert die Ungleichung von Chebyshev für die Wahrscheinlichkeiten $P(|M - \mathbb{E}(M)| \geq t)$ für $t = 0.01$, $t = 1$ bzw. $t = 4$?

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch den 22.06.2011 in der Vorlesung *spätestens bis 08:15 Uhr* abgegeben werden.