

## Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Sommersemester 2011

*Aufgaben 2) und 3) sind relevant für den Scheinerwerb.*

### Aufgabe 1.

- $n$  schwarze Stühle stehen in einer Reihe. Wie viele Möglichkeiten gibt es, einige der Stühle so durch rote Stühle zu ersetzen, daß keine zwei roten Stühle nebeneinander stehen?
- $n$  schwarze Stühle stehen in einem Kreis. Wie viele Möglichkeiten gibt es, einige der Stühle so durch rote Stühle zu ersetzen, daß keine zwei roten Stühle nebeneinander stehen?
- $n$  schwarze Stühle stehen in einem Kreis. Sei  $k \leq n$ . Wie viele Möglichkeiten gibt es, genau  $k$  der Stühle so durch rote Stühle zu ersetzen, daß keine zwei roten Stühle nebeneinander stehen?

Die entsprechenden Anzahlen sollen bei dieser Aufgabe "in rekursionsfreier Darstellung" angegeben werden.

**Aufgabe 2.** Sei  $a, b, c \in \mathbb{R}$  mit  $a \neq 1$ . Wir betrachten die rekursiv definierte Folge  $(x_n)_n$  mit

$$x_n = ax_{n-1} + b \text{ für } n \geq 1$$

und  $x_0 = c$ . Beweisen Sie durch vollständige Induktion, daß

$$x_n = ca^n + b \frac{a^n - 1}{a - 1}$$

für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt.

**Aufgabe 3.** Auf einem (zunächst leeren) Bankkonto werden am Anfang eines jeden Monats 500 Euro einbezahlt. Am Ende eines jeden Monats wird der Betrag auf dem Konto mit einem Prozent verzinst. Wie lange dauert es, bis der Besitzer des Kontos Millionär ist? (Hinweis: Stellen Sie eine Rekursion für den Kontostand  $x_n$  nach  $n$  Monaten auf und lösen Sie diese mit Hilfe von Aufgabe 2.)

### Aufgabe 4.

- Berechnen Sie  $A, B \in \mathbb{R}$  mit  $\frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}$ .
- Entwickeln Sie  $\frac{1}{(x-1)(x-2)}$  in eine Potenzreihe. (Hinweis: Denken Sie an die geometrische Reihe!)

**Abgabe:** Die Lösungen müssen am Mittwoch den 13.07.2011 in der Vorlesung *spätestens bis 08:15 Uhr* abgegeben werden.