

Aufgabe 1

- (a) Geben Sie für die folgenden Folgen $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ die ersten Folgenglieder bis $n = 4$ an und schätzen Sie anhand dieser Werte jeweils ab, ob und gegen welchen Grenzwert die Folgen konvergieren.

$$(i) \quad a_n = \frac{(-1)^n}{n^2 + 1} \quad (ii) \quad a_n = (-1)^n - \frac{1}{n} \quad (iii) \quad a_n = n - n^2 + 1$$

- (b) Berechnen Sie die Grenzwerte der konvergenten Folgen aus (a) und zeigen Sie für die anderen Folgen, dass diese divergieren.

Aufgabe 2

Berechnen Sie die Grenzwerte der folgenden Folgen $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, falls diese konvergieren.

$$(i) \quad a_n = \frac{-3n^2 + 2n - 1}{2n\sqrt{n^2 - 1} + 3} \quad (ii) \quad a_n = \frac{4n^4 + n^3 + n^2}{2n^2 + n} - 2n^2 - 1 \quad (iii) \quad a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

Aufgabe 3

Die Folge $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ mit dem Startwert $x_1 = \frac{1}{2}$ sei rekursiv definiert durch $x_{n+1} = \sqrt{1 + x_n}$.

- Zeigen Sie, dass $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ durch 4 nach oben beschränkt ist.
- Untersuchen Sie die Monotonie von $(x_n)_{n=1}^{\infty}$.
- Berechnen Sie den Grenzwert von $(x_n)_{n=1}^{\infty}$.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

- (a) Berechnen Sie die Grenzwerte der folgenden Folgen $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, falls diese konvergieren.

$$(i) \quad a_n = \frac{3n^3 - 2n^2 + 1}{6n^3 + n} \quad (ii) \quad a_n = \frac{4n + (-1)^n}{2n}$$

- (b) Die Folge $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ mit dem Startwert $x_1 = 0$ sei rekursiv definiert durch $x_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + x_n^2)$.

- Zeigen Sie, dass $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ durch 1 nach oben beschränkt ist.
- Untersuchen Sie die Monotonie von $(x_n)_{n=1}^{\infty}$.
- Berechnen Sie den Grenzwert von $(x_n)_{n=1}^{\infty}$.

- (c) Konvergiert die Folge $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ aus (b), wenn der Startwert durch $x_1 = 2$ ersetzt wird?

Abgabetermin: Dienstag, 23.05.2017 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese zusammen mit dem folgenden Deckblatt. Weitere Informationen auf <http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html>.

Hausaufgabe 04

Nachname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--

Gruppe:

--	--

Punkte:

--	--