

**Übungsblatt 13**

**Aufgabe 1**

$$B = \begin{pmatrix} -\sqrt{2} & 3 & -\sqrt{2} \\ 0 & 2 & 0 \\ -\sqrt{2} & 2 & -\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Man berechne

- (a) das charakteristische Polynom von  $B$ ,
- (b) das Spektrum von  $B$  und eine Basis des Eigenraumes zum Eigenwert 0.

**Aufgabe 2**

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -6 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Man bestimme eine Matrix  $B$  so, dass  $B^{-1}AB$  eine Diagonalmatrix  $D$  ist und gebe auch  $D$  an.

**Aufgabe 3**

Gegeben sei die Matrix

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 1 - \alpha & 0 & \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\alpha & 0 & 1 + \alpha \end{pmatrix}, \alpha \in \mathbb{R}.$$

- (a) Berechnen Sie alle Eigenwerte von  $A_\alpha$ .
- (b) Berechnen Sie zu jedem Eigenwert den zugehörigen Eigenraum.
- (c) Für welche reellen  $\alpha$  ist  $A_\alpha$  diagonalisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 4**

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}.$$

Zeigen sie durch vollständige Induktion:

$$A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ na & 1 \end{pmatrix}.$$

Wie muss man  $a$  wählen, damit  $A^n$  für jedes  $n \geq 1$  zwei linear unabhängige Eigenvektoren besitzt?

---