Polynomfaktorisierung in $\mathbb{C}$, Schnittmenge, Gauß-Algorithmus

Dr. E. Nana Chiadjeu

UNI KASSEL VERSITÄT

04. 12. 2013

Polynomfaktorisierung in $\mathbb{C}$

(i) Man finde die komplexen Nullstellen des Polynoms

$$p(z) = 2z^3 + 3z^2 + 2z + 1 = 0\ .$$

und schreibe $p(z)$ in faktorisierter Form.

(ii) Man faktorisiere

$$(a) \quad f_1(z) = z^4 - 4\ , \quad f_2(z) = z^4 - 2\ .$$

Schnittmenge, Gauß-Algorithmus

Gegeben seien die Ebenen

$E_1 :\ 3x - y - z = 0,\ E_2 :\ -x + y - z = -1$ und $E_3 :\ -6x + 2y + 2z = 0.$

Bestimmen Sie die Schnittmenge der drei Ebenen und geben Sie eine Parameterdarstellung davon an.

Schnittmenge, Gauß-Algorithmus

Die Schnittmenge der Ebenen

$E_1 : 3x - y - z = 0, \quad E_2 : -x + y - z = -1$ und $E_3 : -6x + 2y + 2z = 0.$

ist durch das folgende Gleichunggsystem

$$\begin{aligned} 3x - y - z &= 0 \\ -x + y - z &= -1 \\ -6x + 2y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

gegeben. Mit dem Gaus Algorithmus erhält man

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ -6 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} (1) \\ (2) \\ (3) \end{array} \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} (1') \\ (2') = (1) + 3(2) \\ (3') = 2(1) + (3) \end{array}$$

Man kann feststellen, dass das GS unterbestimmt ist. Man setze $z = \lambda$.

$$(2') \rightsquigarrow 2y - 4\lambda = -3 \Longrightarrow \ y = 2\lambda - \frac{3}{2}$$

$$(1') \rightsquigarrow -3x - (2\lambda - \frac{3}{2}) - \lambda = 0 \implies x = \lambda - \frac{1}{2}\ .$$

Die gesuchte Schnittmenge ist die Gerade mit der folgenden Parameterdarstellung

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda - \frac{1}{2} \\ 2\lambda - \frac{3}{2} \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} \\ \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}\ .$$