

Permutationen, Determinante

Dr. E. Nana Chiadjeu

U N I K A S S E L
V E R S I T Ä T

05. 02. 2014

1 Permutationen: Aufgabe 3 Übungsblatt 12

2 Determinate Berechnung

1 Permutationen: Aufgabe 3 Übungsblatt 12

2 Determinate Berechnung

Aufgabe 3 Übungsblatt 12

- (a) Wie viele Permutationen gibt es in S_8 ?
- (b) Sei in S_8 die folgende Permutation π gegeben durch

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 3 & 6 & 1 & 8 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

Man bestimme Ihr Signum durch Angabe der Fehlstände. Ferner gebe man die inverse Permutation an.

Aufgabe 3 Übungsblatt 12: Lösung

- (a) Wie viele Permutationen gibt es in S_8 ?

In S_8 gibt es genau $8!$ Permutationen.

- (b) Man bestimme Ihr Signum durch Angabe der Fehlstände. Ferner gebe man die inverse Permutation an.

Sei π , eine Permutation aus S_n . Man bezeichne das Paar (i, j) als Fehlstand wenn $1 < i < j < n$ und $\pi(i) > \pi(j)$.

Das Signum der Permutation π ist

$$\text{sign}(\pi) = (-1)^{\text{Anzahl der Fehlstände}}.$$

Aufgabe 3 Übungsblatt 12

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 3 & 6 & 1 & 8 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

(a) Signum:

$$\pi(1) > \pi(5), \quad \pi(2) > \pi(3), \quad \pi(2) > \pi(5), \quad \pi(2) > \pi(8)$$

$$\pi(3) > \pi(5), \quad \pi(4) > \pi(5), \quad \pi(4) > \pi(8), \quad \pi(6) > \pi(7),$$

$$\pi(6) > \pi(8), \quad \pi(7) > \pi(4).$$

$\Rightarrow$ Fehlstände an $(1, 5)$, $(2, 3)$, $(2, 5)$, $(2, 8)$, $(3, 5)$, $(4, 5)$, $(4, 8)$, $(6, 7)$, $(6, 8)$ und $(7, 8)$ D.h. 10 Fehlstände

$$\Rightarrow \text{sign}(\pi) = (-1)^{10} = 1$$

Aufgabe 3 Übungsblatt 12

(a) Inverse von π :

Um die Inverse von π zu finden, als erste verstaucht man die Zeilen und dann sortiert man nach der erste Zeile.

Vertauchung: $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 6 & 1 & 8 & 7 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$

$$\pi^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 1 & 3 & 8 & 2 & 4 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 1

Man berechne die Determinante der folgenden 5×5 –Matrix

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & -2 & 0 \\ a & 0 & 1 & 5 & 1 \\ -1 & a & 0 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

$$M = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 & -2 \\ a & 0 & 1 & 5 \\ -1 & a & 0 & 4 \\ -2 & 4 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

- (i) Man berechne die Determinante von M
 - (1) durch Entwicklung nach der dritten Spalte.
 - (2) indem man sie durch Zeilenumformungen auf Dreiecksgestalt bringt.
- (ii) Unter welcher Bedingung ist die Matrix M invertierbar?