

### Aufgabe 1

Seien  $A$  und  $B$  beliebige Mengen.

Falls ein Element  $a$  in  $A$  enthalten ist, schreiben wir  $a \in A$ .

Ist jedes Element  $a$  aus  $A$  auch in  $B$  enthalten, dann nennen wir  $A$  eine *Teilmenge* von  $B$  und bezeichnen dies mit  $A \subseteq B$ . Die Menge aller Elemente, die sowohl in  $A$  als auch in  $B$  enthalten sind, nennen wir die *Schnittmenge* von  $A$  und  $B$  und wir bezeichnen diese Menge mit  $A \cap B$ .

Die Menge  $A \cup B$  enthält alle Elemente, die in  $A$  oder in  $B$  enthalten sind, und heißt *Vereinigungsmenge* von  $A$  und  $B$ .

Gegeben seien die Mengen

$$A = \{-5, 4, \sqrt{7}, -\frac{3}{4}, 97\} \quad B = \{-18, 2, \sqrt{5}, 97, \sqrt{7}, \frac{3}{5}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| \leq 3\} \quad D = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 1| \leq \frac{2}{3}\}$$

(a) Man gebe die folgenden Mengen an:

$$A \cap B \quad \text{und} \quad A \cup B$$

(b) Man stelle  $C$  und  $D$  als Intervall dar und bestimme die Mengen  $C \cap D$  und  $C \cup D$ .

(c) Gilt  $A \subseteq B$  beziehungsweise  $D \subseteq C$ ? (Begründung).

### Aufgabe 2

(a) Man schreibe folgende Ausdrücke mit Hilfe des Summenzeichens  $\sum$  bzw. Produktzeichens  $\prod$

$$(i) \quad S_n = 1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n + 1)^3 \quad (ii) \quad P = 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14 \cdot \dots \cdot 353$$

(b) Man berechne die Summe aller ganzzahligen Vielfachen von 7, die zwischen 1 und 1000 liegen.

(Hinweis:  $1 + 2 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ )

(c) Sei die Summe  $S_n = \sum_{k=0}^n q^k$ ,  $q \neq 1$  gegeben. Man beweise durch Induktion:  $S_n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ .

(Bitte wenden)

### Aufgabe 3

(a) Wie muss man  $\alpha$  und  $\beta$  wählen, damit die Vektoren  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 + \alpha \\ 4\beta \end{pmatrix}$  und  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 - 3\alpha \\ -2 - 3\beta \end{pmatrix}$  gleich sind?

(b) Bestimmen Sie einen Vektor  $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ , der folgende Gleichung erfüllt

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} - 4 \vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

### Aufgabe 4 (10 Punkte)

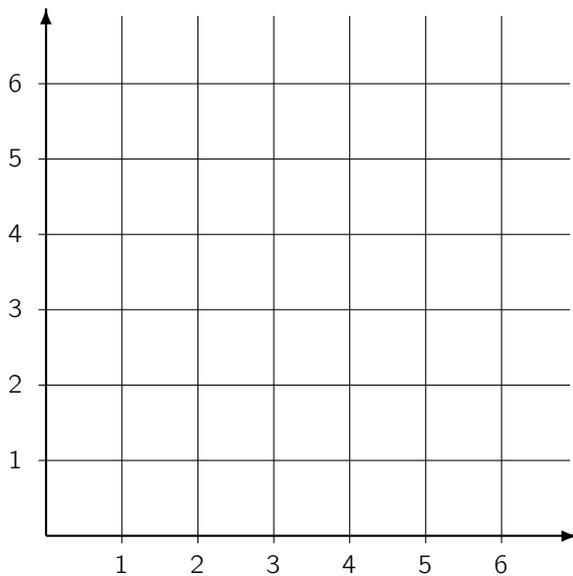
(a) Bestimmen Sie Skalare  $\alpha$  und  $\beta$  so, dass für die Vektoren

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -11 \end{pmatrix}$$

gilt:

$$\vec{x} = \alpha \vec{u} + \beta \vec{v}$$

(b) Es seien im kartesischen Koordinatensystem die Punkte  $A = (1, 5)$  und  $C = (6, 2)$  gegeben.



- (a) Zeichnen Sie in das Koordinatensystem die Punkte  $A$  und  $C$  ein, sowie das Quadrat  $ABCD$ , welches die Strecke  $\overline{AC}$  als Diagonale enthält.
- (b) Wie groß ist der Flächeninhalt des Quadrats  $ABCD$ ?
- (c) Geben Sie die Vektoren  $\vec{CA}$  und  $\vec{BE}$  an, wobei  $E$  der Mittelpunkt der Strecke  $\overline{BD}$  ist.

**Abgabetermin:** Montag, 04.11.2013 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

**WICHTIG:** Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf <http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html>

## Hausaufgabe 01

Nachname:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Vorname:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Studiengang:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Matr.-Nr.:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

Gruppe:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

Punkte:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|