

Aufgabe 1

Man bestimme den Rang der folgenden Matrix:

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} a & i & 1 \\ 1 & 2 & -i \\ 0 & 1 & i \end{pmatrix},$$

Aufgabe 2

Die lineare Abbildung $f : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^2$ wird gegeben durch:

$$f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+i \\ 0 \end{pmatrix}, f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1-i \end{pmatrix}, f \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Man berechne den Kern von f und bestätige die Dimensionsformel

Aufgabe 3

Gegeben sei im \mathbb{R}^2 die Basis

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ wird gegeben durch:

$$f(\vec{a}_1) = \vec{a}_1 - \vec{a}_2, \quad f(\vec{a}_2) = \vec{a}_2.$$

- (i) Man bestimme die Matrix von f bezüglich der Basis \vec{a}_1, \vec{a}_2 .
- (ii) Man bestimme die Matrix von f bezüglich der kanonischen Basis.

Aufgabe 4

Bezüglich der Basen $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ im \mathbb{C}^2 und $\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ i \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ im \mathbb{C}^3 werde eine lineare Abbildung $f : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^3$ durch die Matrix beschrieben:

$$M(f) = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 2 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}.$$

Wie lautet die Matrix von f bezüglich der Basen $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix}$ im \mathbb{C}^2 und $\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \end{pmatrix},$

$\vec{b}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ im \mathbb{C}^3 ?

(Bitte wenden)

Aufgabe 5 (10 Punkte)

(a) Man bestimme den Rang der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ a & b & c & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (a, b, c \in \mathbb{R}).$$

(b) Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ wird gegeben durch:

$$f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

(i) Wie lautet die Matrix von f bezüglich der kanonischen Basen des \mathbb{R}^3 und des \mathbb{R}^2 ?

(ii) Man bestimme den Kern von f (Nullraum) und bestätige die Dimensionsformel.

(c) Gegeben sei im \mathbb{R}^3 die Basis

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ wird gegeben durch:

$$f(\vec{a}_1) = -\vec{a}_1 + \vec{a}_3, \quad f(\vec{a}_2) = 3\vec{a}_2 - 6\vec{a}_3, \quad f(\vec{a}_3) = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 - 3\vec{a}_3.$$

(i) Man bestimme die Matrix von f bezüglich der Basis $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$.

(ii) Man bestimme die Matrix von f bezüglich der kanonischen Basis im \mathbb{R}^3 .

Abgabetermin: Montag, 03.02.2014 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

WICHTIG: Aufgabe 5 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf <http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html>

Hausaufgabe 11

Nachname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--

Gruppe:

--	--

Punkte:

--	--