Prof. Dr. Walter Strampp
Dr. E. Nana Chiadjeu

Lineare Algebra für

UNI KASSEL VERSITÄT

Übungsblatt 12 **Elektrotechniker/Informatiker** **03.02.2014**

Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

Aufgabe 1

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & a \\ 3 & a+1 & a+7 & 5a \\ a & 2 & 1 & 4-2a \end{pmatrix}.$$

(a) Wie groß ist der Rang von A?

(b) Welche Dimension besitzt der Nullraum von A?

(c) Wann ist das Gleichungssystem $A\overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} b \\ 0 \\ c \end{pmatrix}$ lösbar?

Aufgabe 2

Die lineare Abbildung $f\colon \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^3$ wird durch die folgende Matrix A von f bezüglich der kanonischen Basen gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & i & 2 & -1 \\ i & -1 & 2i & -i \\ -2 & 2i & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

Man bestimme eine Basis des Kerns sowie eine Basis des Bildes von f und bestätige die Dimensionsformel.

Aufgabe 3

(a) Wie viele Permutationen gibt es in S_8?

(b) Sei in S_8 die folgende Permutation π gegeben durch

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 3 & 6 & 1 & 8 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

Man bestimme Ihr Signum durch Angabe der Fehlstände. Ferner gebe man die inverse Permutation an.

Aufgabe 4

(a) Man berechne die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a & -2 & b \\ -1 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

(i) mit der Regel von Sarrus.

(ii) durch Entwicklung nach der zweiten Spalte.

(iii) indem man sie durch Zeilenumformungen auf Dreicksgestalt bringt.

(b) Unter welcher Bedingung ist die Matrix A invertierbar?

Aufgabe 5

Man berechne die Determinante der folgende Matrix J durch Entwicklung nach der zweiten Spalte.

$$J = \begin{pmatrix} \cos(\theta)\cos(\varphi) & -r\cos(\theta)\sin(\varphi) & -r\cos(\varphi)\sin(\theta) \\ \cos(\theta)\sin(\varphi) & r\cos(\theta)\cos(\varphi) & -r\sin(\theta)\sin(\varphi) \\ \sin(\theta) & 0 & r\cos(\theta) \end{pmatrix} .$$