

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die Vektoren

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{und} \quad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}$$

eine Orthonormalbasis des \mathbb{R}^3 bilden und stellen Sie den Vektor

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

als Linearkombination dieser Basisvektoren dar.

Aufgabe 2

Die Vektoren $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ i \\ i \end{pmatrix}$ spannen einen Unterraum U des \mathbb{C}^3 auf. Man gebe eine Orthonormalbasis des Unterraums U an.

Aufgabe 3

Man bestimme den Rang der folgenden Matrizen:

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} a & i & 1 \\ 1 & 2 & -i \\ 0 & 1 & i \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4

Entscheiden Sie mit Begründung, ob folgende Abbildungen linear sind

(a) $f_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, f_1(x, y) = (x - y, x + 3y, -2 + x)$

(b) $f_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, f_2(x, y) = (x + y, x - 4y, -2y + x)$

(c) $f_3 : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, f_3(z) = z^2 + 1$

(d) $f_4 : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, f_4(z) = |z|$

Aufgabe 5 (10 Punkte)

(1) Gegeben sei im Vektorraum \mathbb{C}^3 die Basis

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}.$$

Man erzeuge aus B eine Orthonormalbasis.

(2) Man bestimme den Rang der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ a & b & c & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (a, b, c \in \mathbb{R}).$$

Abgabetermin: Montag, 12.01.2015 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

WICHTIG: Aufgabe 5 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf <http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html>

Hausaufgabe 08

Nachname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--

Gruppe:

--	--

Punkte:

--	--